

文章编号:1004-2174(2013)02-0174-04

# FBG 非均匀应变分布的动态粒子群算法重构研究

张贵珍,王宏涛

(南京航空航天大学 机电学院,江苏 南京 210016)

**摘要:**基于动态粒子群算法(DPSO)和传输矩阵法,提出了一种新的光纤布喇格光栅(FBG)轴向非均匀应变分布重构方法。利用光栅轴向采样点处的应变值作为粒子,让其在解空间中模拟鸟群行为进行搜索,算法的惯性权重 $w$ 根据不同粒子与当前种群中全局最优粒子距离的大小进行动态调整,加快了算法收敛到最优点的速度。采用 DPSO 对线性、二次、正弦、不连续等 4 种应变分布形式进行了应变重构,并与量子行为粒子群优化算法(QPSO)的重构结果进行了比较,仿真结果表明,DPSO 优化算法可有效地进行光栅轴向非均匀应变分布的重构,精度和迭代速度较 QPSO 法有显著提高。

**关键词:**光纤布喇格光栅;非均匀应变分布重构;动态粒子群算法;传输矩阵法;应变梯度

中图分类号:TN253 文献标识码:A

## Reconstruction of Non-uniform Strain Profile for Fiber Bragg Grating Using Dynamic Particle Swarm Optimization Algorithm

ZHANG Guizhen, WANG Hongtao

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** Based on dynamic particle swarm optimization algorithm (DPSO) and transfer matrix method, a novel method is presented to reconstruct the axial non-uniform strain profile distribution of fiber Bragg grating (FBG). The strain value of sampling points from fiber gratings axial are presented in the form of particle, and the optimized strain value are obtained by the particles' searching in the solution space according to the birds behaviors. The inertia weight of this algorithm will be changed dynamically according to the distance between different particle and the global optimal particle in current population; as a result, the speed of convergence to optimal position is faster. DPSO algorithm and quantum-behavior particle swarm optimization algorithm (QPSO) are used for reconstructing four types of strain profiles, including linear, quadratic, sine and discontinuous profiles. The simulations demonstrate that DPSO algorithm can effectively reconstruct the axial non-uniform strain profile distribution along the whole FBG, and its iterative speed and accuracy are faster than QPSO method.

**Key words:** fiber Bragg gratings; non-uniform strain profile reconstruction; dynamic particle swarm optimization algorithm; transfer matrix method; strain gradients

## 0 引言

光纤布喇格光栅(FBG)具有可宽带和高速率传输,抗电磁干扰及易实现远程传感和复用等特点,为远距离实时监测桥梁等大型建筑提供了有效途径<sup>[1-2]</sup>。目前大部分 FBG 应变传感系统是依据光栅反射光谱峰值的漂移量随轴向应变的改变而线性变化来识别轴向均匀应变的,但光栅长度范围内各点所受的应变不可能完全均匀,一般取应变均值。一些实验和理论研究表明,当光栅所在区域附近受到较大的应变梯度时,光栅反射光谱明显发生啁啾变

化<sup>[3]</sup>,此时反射光谱峰值与轴向应变间的线性关系不再适用,需进一步研究分析反射光谱以实现非均匀应变分布重构。对于利用 FBG 的多峰反射光谱重构非均匀应变分布这一反问题,Peral<sup>[4]</sup>等发展了一种求解耦合模方程的迭代算法;Feced<sup>[5]</sup>等提出了一种用于反射光谱重构的微分逆散射算法;层析法<sup>[6]</sup>、时频分析法<sup>[7]</sup>等在求解该反问题上都有体现。这些方法都是基于反射光谱幅度和相位的,获得反射光谱相位信息难且贵。Huang<sup>[8]</sup>等提出一种只依据反射光谱幅度的方法,但只适用于应变单调分布

收稿日期:2012-06-26

基金项目:国家自然科学基金面上基金资助项目(51075202)

作者简介:张贵珍(1988-),女,安徽合肥人,硕士生,主要从事测控技术的研究。

的情况。近年来一些智能算法被用来解决该反问题。Cormier 等<sup>[9]</sup>利用遗传算法和反射光谱的幅度信息重构光栅物理参数;Gill<sup>[10]</sup>等利用遗传算法和反射光谱的幅度信息并结合传输矩阵法( $T$  矩阵)来逐段重构光栅轴向应变;Yun<sup>[11]</sup>等将模拟退火算法和  $T$  矩阵结合重构应变分布。但现有的智能算法本身存在或控制参数多、或优化时间长、或易早熟过早收敛等缺点。

粒子群优化算法(PSO)是一种基于迭代的优化工具,依靠粒子速度完成搜索,需设置的参数较少,调整方便<sup>[12]</sup>。但随着迭代次数的增加,各粒子相似度越来越高,算法易陷入局部最优,不能对解进行持续优化。因此,刘建华<sup>[13]</sup>等提出了动态粒子群算法(DPSO),每个粒子的惯性权重  $w$  值不仅随迭代次数增加而递减,且与当前种群中全局最优点距离大小成正比,即  $w$  随粒子不同而动态变化。DPSO 算法避免了寻优过程中早期找到全局最优点却因  $w$  过大而跳出此最优点、导致寻优能力降低的缺点,加快了算法收敛到最优点的速度。因此,本文建立了一种基于 DPSO 算法的 FBG 轴向非均匀应变重构方法,对线性、二次、正弦和不连续等 4 种应变分布进行了重构,并与由 Sun<sup>[14]</sup>等提出的量子行为粒子群优化算法(QPSO)的重构结果进行了比较。

## 1 FBG 的反射光谱分析

FBG 的折射率受到周期性调制,其分布表示为

$$\delta n_{\text{eff}}(z) = \bar{\delta n}_{\text{eff}} \{1 + v \cos[2\pi/\Lambda_0 + \phi(z)]\} \quad (1)$$

式中: $\bar{\delta n}_{\text{eff}}$  为折射率变化的“直流”分量; $\Lambda_0$  为未受应变光栅折射率变化周期; $v$  为折射率变化的条纹可

$$F_i = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_i \Delta z) - i \frac{\sigma_i}{\gamma_i} \sinh(\gamma_i \Delta z) & -i \frac{k}{\gamma_i} \sinh(\gamma_i \Delta z) \\ i \frac{k}{\gamma_i} \sinh(\gamma_i \Delta z) & \cosh(\gamma_i \Delta z) + i \frac{\sigma_i}{\gamma_i} \sinh(\gamma_i \Delta z) \end{bmatrix}$$

式中  $\gamma_i = \sqrt{k^2 - \sigma_i^2}$ 。

FBG 反射光谱的计算公式为

$$r = \left| \frac{f_{21}}{f_{11}} \right|^2 \quad (M \leq \frac{2n_{\text{eff}}L}{\lambda_D}) \quad (7)$$

式中: $L$  为光栅轴向长度; $\lambda_D$  为光栅的设计波长。每段对应的光栅周期  $\Lambda_i$ ( $i=1, \dots, M$ )及直流耦合模系数  $\sigma$  分别为

$$\Lambda_i = \Lambda_0 [1 + (1 - p_e) \epsilon(i)] \quad (8)$$

$$\sigma = (2\pi/\lambda) (n_{\text{eff}} + \bar{\delta n}_{\text{eff}}) - \pi/\Lambda_i \quad (9)$$

见度; $\phi(z)$  为啁啾函数; $z$  为光波传播方向上的坐标。在单模光纤的情况下,光栅受到的 2 个方向相反的耦合模传播,耦合模方程表示为

$$\begin{cases} \frac{dR(z)}{dz} = i\sigma R(z) + ikS(z) \\ \frac{dS(z)}{dz} = -i\sigma S(z) - ikR(z) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $R(z), S(z)$  分别为光纤导模和辐射模的幅值; $\sigma$  为直流自耦合系数; $k$  为交流耦合模系数,是波长  $\lambda$  的函数,且

$$k = (\pi/\lambda) v \bar{\delta n}_{\text{eff}} \quad (3)$$

为提高非均匀光栅传输特性的计算效率,必须引入数值解,主要包括龙格库塔法、传输矩阵法、中心差分及前向差分法。本文采用传输矩阵法,即将 FBG 分成  $M$  小段,每小段近似看作是均匀光栅,其等效示意图如图 1 所示。

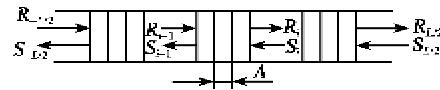


图 1 光栅传输示意图

用一个  $2 \times 2$  的传输矩阵表示第  $i$  段光纤光栅的传输特性:

$$\begin{bmatrix} R_i \\ S_i \end{bmatrix} = F_i \begin{bmatrix} R_{i-1} \\ S_{i-1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

把  $M$  个矩阵级联起来就可得到整个光栅的传输矩阵方程:

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} = F_M F_{M-1} \cdots F_1 \quad (5)$$

$F_i$  为每一小段的传输矩阵:

$$-i \frac{k}{\gamma_i} \sinh(\gamma_i \Delta z) \\ \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_i \Delta z) - i \frac{\sigma_i}{\gamma_i} \sinh(\gamma_i \Delta z) & i \frac{k}{\gamma_i} \sinh(\gamma_i \Delta z) \\ i \frac{k}{\gamma_i} \sinh(\gamma_i \Delta z) & \cosh(\gamma_i \Delta z) + i \frac{\sigma_i}{\gamma_i} \sinh(\gamma_i \Delta z) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: $p_e$  为有效弹光系数; $\epsilon(i)$  为每段光栅承受的应变。

基于式(4)~(9),对于确定的一组光栅参数  $L$ , $\Lambda_0$ , $n_{\text{eff}}$ , $\bar{\delta n}_{\text{eff}}$ , $v$ , $p_e$ , $\epsilon(i)$ ,就可求得光栅的反射谱线。

## 2 非均匀应变分布的 DPSO 重构方法及具体步骤

非均匀应变分布重构是典型的力学反问题,求解旨在反演作用在 FBG 轴向的未知应变分布的大小,使其对应的 FBG 反射光谱的计算值最小二乘意

义下逆逼近 FBG 实测的反射光谱。轴向连续应变分布重构这一反问题的实质就转化为离散的应变分布重构问题,其实现方法是当计算 FBG 反射光谱时,在光栅轴向均匀采样点  $M$ ,根据这  $M$  点处的应变大小和  $T$  矩阵法快速地构造出对应的反射光谱。其中,采样点  $M$  是任意的,主要参考实际中所要达到的应变分布重构的空间分辨率。基于 DPSO 算法重构 FBG 轴向非均匀应变分布这一反问题的具体过程如下:

1) 随机生成 FBG 轴向分段光栅处对应的应变值。根据重构应变分布的应变范围,生成  $N \times D$  维均匀分布的随机矩阵( $N$  为种群的大小),即对应分段光栅处的应变值,作为粒子  $i$  的初始位置  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ 。同样的方法生成粒子的初始飞行速度。

2) 评价每个粒子的适应度。在  $D$  维变量下,根据传输矩阵求得粒子  $i$  的反射光谱  $r_i$ ,将其与参考反射光谱  $r_0$  之间的欧式距离作为适应度函数  $F_{nt}V_i$ ,计算公式为:

$$F_{nt}V_i = \| r_i - r_0 \| \quad (i=1,2,3,\dots,M) \quad (10)$$

将当前各粒子的位置存储在各微粒的  $P_{ibest} = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$  中,将所有  $P_{ibest}$  中适应度值最优个体的位置存储在  $P_{gbest} = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$  中。

3) 更新粒子的速度和位移。对于每个粒子,其第  $d$  维( $1 \leq d \leq D$ )速度和位置更新公式分别为:

$$V_{id} = w v_{id} - c_1 r_1 (p_{id} - x_{id}) + c_2 r_2 (p_{gd} - x_{id}) \quad (11)$$

$$X_{id} = x_{id} + v_{id} \quad (12)$$

式中: $c_1, c_2$  为学习因子; $r_1, r_2$  为  $[0, 1]$  范围内生成的随机数; $w v_{id}$  表示当前粒子速度对下一代的影响; $c_1 r_1 (p_{id} - x_{id})$  为粒子的个体认知部分; $c_2 r_2 (p_{gd} - x_{id})$  为个体的社会认知部分。

DPSO 算法的  $w$  的动态调整计算公式为

$$w = w_{\max} = \frac{(l_{ig} - l_{min})(w_{\max} - w_{\min})t}{(l_{\max} - l_{\min})T_{\max}} \quad (13)$$

式中: $l_{ig}$  为微粒与全局最优点间的距离; $L_{\max}, L_{\min}$  分别为预先设计的最大、最小距离参数。当  $l_{ig} > l_{\max}$  时, $w = w_{\max}$ ;  $l_{ig} > l_{\min}$  时, $w = w_{\min}$ ; 当  $l_{\min} \leq l_{ig} \leq l_{\max}$  时, $w$  由式(13)计算得到。

4) 确定个体最优解  $p_{ibest}$ 。每个粒子的适应度值同其经历的最佳适应度值进行比较,优则替换,并且记住最佳时的位置;否则保持不变。

5) 确定全局最优解  $p_{gbest}$ 。比较当前所有粒子的最佳适应度值: $p_{gbest} = \min(p_{1best}, \dots, p_{Nbest})$ ,若种

群中某个粒子的适应度值优于当前的最佳粒子适应度值,则替换之,并记住该粒子的序号和位置;否则不变。

6) 根据式(11)、(12)更新速度和位置,其中式(11)中的  $w$  根据式(13)进行动态变化。在未达到终止条件前,进行下一步的循环,重复步骤 2)~5)。最后一代群体中适应度值最高的粒子即为所要求的分段光栅对应的应变值,再通过数据拟合,就可得到非均匀应变分布表达式。

### 3 算例仿真分析

为验证运用 DPSO 算法重构 FBG 轴向非均匀应变分布这一具体反问题的高效性和高精度性,选用长度为 5 mm,  $n_{\text{eff}} = 1.46$ ,  $\delta n_{\text{eff}} = 2.5 \times 10^{-4}$ ,  $\Lambda_0 = 533.22$  nm,  $p_e = 0.26$  的 FBG, 对线性(Case1: 200z)、二次(Case2: [30(z+2.5)<sup>2</sup>])、正弦(Case3: 300sin z)和不连续(Case4: 200sin(0.5z)+100, z>0; 200sin(0.5z), z<0] )等 4 种应变分布重构算例进行了仿真研究,且通过指标定量衡量了非均匀应变分布重构的精度,比较了 QPSO 算法与 DPSO 算法的优化性能。

为便于比较 2 种优化算法,根据以上 FBG 的物理参数设置,逐一重构上述 4 种算例应变分布,应变分布和反射谱的重构结果及进化速度的比较结果分别如图 2~5 所示。

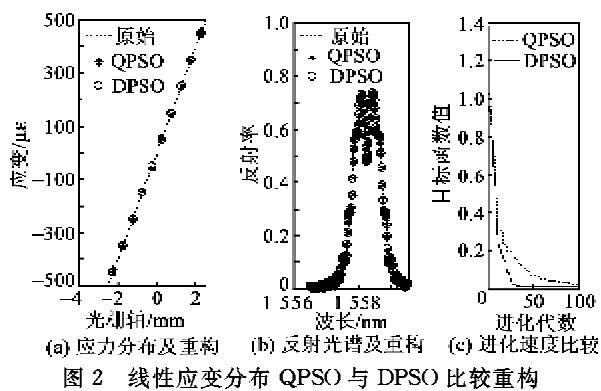


图 2 线性应变分布 QPSO 与 DPSO 比较重构

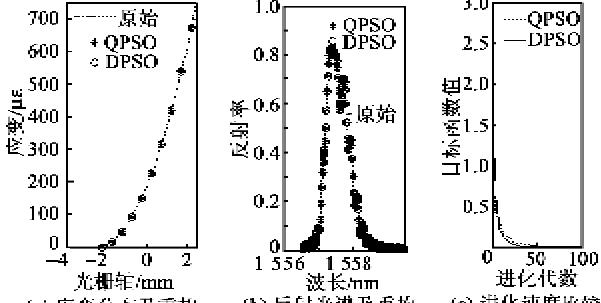


图 3 二次应变分布 QPSO 与 DPSO 比较重构

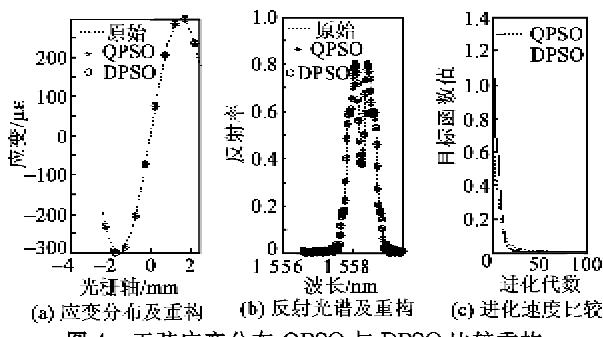


图4 正弦应变分布 QPSO与DPSO比较重构

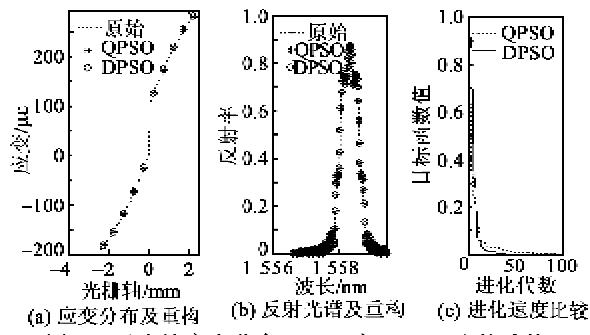


图5 不连续应变分布 QPSO与DPSO比较重构

表1 4种形式的非均匀应变分布重构精度分析与比较

算例	最大绝对误差/ $\mu\epsilon$ (QPSO结果/DPSO结果)	均方根误差/ $\mu\epsilon$ (QPSO结果/DPSO结果)	与真实解的相关度 (QPSO结果/DPSO结果)	最大引用误差/% (QPSO结果/DPSO结果)
Case1	9.466 4/2.557 7	4.968 9 /1.170 8	0.999 7/1.000 0	0.946 6/0.255 8
Case2	4.785 1/1.816 0	2.984 5/0.847 7	0.999 8/1.000 0	0.638 0/0.242 1
Case3	5.370 8/0.448 7	4.098 3/0.281 2	0.999 4/1.000 0	0.895 1/0.074 8
Case4	0.886 3/0.445 2	0.527 3/0.280 3	1.000 0/1.000 0	0.177 3/0.089 0

#### 4 结束语

提出了一种新的FBG轴向非均匀应变分布重构方法,该方法将DPSO优化算法与T矩阵法结合,成功地实现了非均匀应变分布的重构过程。通过线性、二次、正弦、不连续这4种形式应变分布的重构对本文提出的方法进行了有效性验证,结果表明,DPSO具有很高的重构精度,且重构速度加快。

#### 参考文献:

- [1] KERSEY A D, DAVIS M A, PATRICK H J, et al. Fiber grating sensors[J]. Journal of Lightwave Technology, 1997, 15(8):1442-1463.
- [2] MAASKANT R, ALAVIE T, MEASURES M R, et al. Fiber-optic Bragg grating sensors for bridge monitoring[J]. Cement and Concrete Composites, 1997, 19(1):21-33.
- [3] 陈哲敏,陈军,舒睿俊. Bragg光纤光栅传感器内不均匀应力分布的模拟和重构[J]. 传感技术学报, 2006, 19(6):2399-2404.
- [4] PERAL E, CAPMANY J, MARTI J. Iterative solution to the Gel'Fand-Levitan-Marchenko coupled equations and application to synthesis of fiber gratings[J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1996, 32(12):2078-2084.
- [5] FECED R, ZERVAS M, MURIEL M. An efficient inverse scattering algorithm for the design of nonuniform fiber Bragg gratings [J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1999, 35(8):1105-1115.
- [6] SKAAR J, WANG L, ERDOGAN T. On the synthesis of fiber Bragg gratings by layer peeling[J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 2001, 37(2):165-173.
- [7] AZANA J, MURIEL M. Fiber Bragg grating periodre construction using time-frequency signal analysis and application to distributed sensing[J]. Journal of Lightwave Technology, 2001, 19(5):646-654.

(下转第180页)

由图2~5可看出,图2(a)、图3(a)、图4(a)、图5(a)上2种优化算法所重构的离散应变数据都能很好地落在原始应变分布曲线上。图2(b)、图3(b)、图4(b)、图5(b)上采集的重构反射光谱离散点也能与原始反射光谱曲线吻合的很好。但从算法的收敛性来看,图2(c)、图3(c)、图4(c)、图5(c)中画出的QPSO(虚线)和DPSO算法(实线)在优化过程中,当代种群最优个体的目标函数值的收敛速度和达到稳态的速度,DPSO算法都要快(40代左右进入稳态),而QPSO算法在迭代次数结束时甚至还不能进入稳态。由此表明,DPSO优化算法重构非均匀应变分布具有高效性。

4种形式的非均匀应变分布重构精度分析与比较结果如表1所示。由表中3项误差指标数据可看出,DPSO算法都比QPSO小;另外DPSO与真实解的相关程度也更高。因此,DPSO优化算法重构非均匀应变分布具有高精度性。