

# 次声波在大气中传播过程的衰减研究

张 娜, 乔卫东

(西安理工大学 机械与精密仪器工程学院, 陕西 西安 710048)

**摘 要:**该文以次声波为对象,研究其在大气中传播过程的衰减问题。根据温度、密度和压强的不同剖面建立非均匀介质的大气模型。采用 WKB(Wentzel, Kramers, Brillouin)近似方法求解出非均匀介质下的 Helmholtz 方程。通过该方法分析出次声波声场的分布,解决了次声波在对流层大气中衰减量的计算,并比较了不同地域影响次声波衰减的主要因素。

**关键词:**次声波传播;大气模型;衰减;Helmholtz 方程;WKB 近似解

**中图分类号:**O425

**文献标识码:**A

## Research on the Attenuation of Infrasound Wave Propagation in the Atmosphere

ZHANG Na, QIAO Weidong

(School of Mechanical & Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** The attenuation of infrasound wave propagation in the atmosphere has been researched in this paper. According to the different profiles of temperature, density and pressure, the inhomogeneous medium model of atmosphere has been established. By using the WKB(Wentzel, Kramers, Brillouin) approximation method, the Helmholtz equation has been solved under the inhomogeneous medium. The infrasound wave field distribution has been analyzed through this method, and the calculation of infrasound wave attenuation in the troposphere atmosphere has been carried out. The main factors influencing the infrasonic attenuation in different geographical area have been compared.

**Key words:** infrasound wave propagation; model of atmosphere; attenuation; Helmholtz equation; WKB approximation solution

### 0 引言

次声波是指频率在  $10^{-4} \sim 20$  Hz 之间的声波,由于其频率低<sup>[1]</sup>,在大气中传播时的热粘性小,因此次声波的衰减很小<sup>[2]</sup>,可以实现大气中的远距离传播,这使以次声波为对象进行的武器<sup>[3]</sup>研究提供了重要的应用价值。在次声武器研究方面国外比国内开展早<sup>[4]</sup>,主要成果是次声枪和次声弹的发明,这种次声武器主要在底层大气中应用,但由于其功率低,辐射范围小,在实际应用中受限。因此各国的武器专家将目光投向了大功率、高强度的次生武器开发上。在现代战争中,次声武器要实现使打击对象丧失作战能力的目的,这就对到达打击目标的次声波强度提出了较高要求。因此,次声波在大气中传播时的衰减成为次声武器在应用上需要解决的主要难题之一。次声波在大气中传播会受到大气介质状态

的影响,其中包括温度和密度引起的声波折射,风场的存在对声波传播轨迹的影响及大气湍流引起的声波散射等<sup>[5]</sup>。本文通过建立合适的大气模型,采用 Helmholtz 波动方程求解出次声波在大气介质中传输过程中的衰减量,为次声武器设计提供必要的参考。

### 1 大气的结构及其声学特性

#### 1.1 大气的分层结构

描述大气状态的主要物理参量是其密度、压力和温度。由于重力的作用,大气密度和压力随高度递减;而温度随高度的变化主要受太阳对不同高度大气的辐射造成的。按性质不同,大气结构分为对流层、平流层、中间层、热层和外层。声波的传播层主要集中在对流层、平流层和中间层(见图 1)。在对流层中,温度随高度递减。根据目前航空工业的

收稿日期:2012-07-13

作者简介:张娜(1984-),女,陕西西安人,硕士生,主要从事次声波定向机理的研究。E-mail:3040241017@163.com。通信作者:乔卫东(1969-),男,陕西合阳人,副教授,博士,主要从事测控技术与仪器的研究。E-mail:qwd@xaut.edu.cn。

发展,航空战斗机的飞行高度均在万米高空,航载次声武器主要应用于对流层。本文建立的大气模型主要是针对对流层大气展开研究。

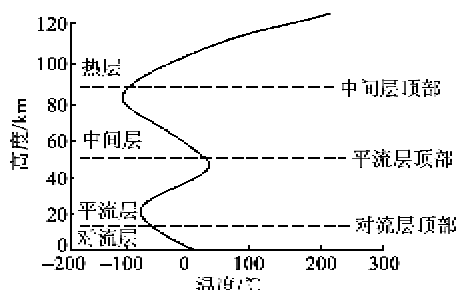


图1 大气的分层结构

## 1.2 大气的湍流结构

大气的湍流是指大气粒子所做的服从某种统计规律的随机运动。雷诺数(Reynolds)是指作用在流体上的惯性力与黏贴力之比

$$R_e = UL/\nu \quad (1)$$

$R_e$  值的大小是衡量湍流运动发生的必要条件之一。其中  $U$  为流速;  $\nu = \mu/\rho$  为流体的运动粘性;  $L$  为某一特征长度。当  $R_e > 1$  时,满足相应的热力学条件(温度的不均匀分布)和动力学条件(风速梯度引起的风切变),则会形成“热致湍流”和“风致湍流”。衡量湍流是持续还是消亡取决于理查森数(Richardson),即

$$R_i = \frac{g}{\theta} \cdot \frac{\partial \theta / \partial z}{(\partial U / \partial z)^2} \quad (2)$$

式中:  $\theta$  为声波传播的入射角;  $g$  为重力加速度;  $z$  为位移量。  $R_i < 0$ , 湍流加强;  $R_i > 0$ , 湍流减弱。当  $1/4 \leq R_i \leq 1$  (Miles-Howard 判据) 时,湍流作用将完全受到抑制而转变为层流。在对流层中湍流作用主要集中在上部的急流区和对流云的云区中,称为晴空湍流和对流云湍流。大气湍流在顺风、横风和铅直分量 3 个方向上的尺度和强度都不相同<sup>[6]</sup>。因此次声波在对流层存在湍流运动时传播,传播的方向不同,其衰减的幅度也不同。

## 1.3 大气的声学特性

大气是一种运动着的不均匀介质,首先表现为分层不均匀性<sup>[7]</sup>,即主要参量基本上只随高度变化(这种函数关系称为“剖面”),分层不均匀性导致声波的连续折射,一定的剖面对应一定的声场分布。大气的声学特性主要集中表现在声速的变化上,而声速和温度成正比关系。在大气剖面中,无论剖面如何随地域和季节的变化总会出现极小值。这些极

小值都形成“波导”(或称“声道”),声道有利于声波在大气中的远程传播。次声波的传播就是在波导中进行的;其次是大气的无规不均匀性,即包含大气“成分”的不均匀性(大气中的小水滴、雾和其他微量)又包含大气本身运动的不均匀性(大气湍流)。

## 2 Helmholtz 波动方程及其解法

次声波在大气中的传播特性与大气的模型相关,建立理想的大气模型为准确计算次声波在其传播中的衰减量至关重要。采用 Helmholtz 方程,次声波的传播规律可写为

$$\nabla^2 \varphi + k^2(x) \varphi = 0 \quad (3)$$

式中  $\varphi$  为与声波有关的物理量(声压或声强等)。由于实际的大气不均匀,波数  $k$  是随声波传播距离变化的函数,且声波传播的边界条件也无法确定,对非均匀大气的 Helmholtz 方程波动方程还没有统一精确的解法。仅当  $k^2(x)$  在特定形式下,才能得到波动方程的精确解,且解法不超过 10 种。对  $k^2(x)$  采用不同形式的剖面表达,得到不同形式下的解。在诸多近似解中,本文经过比较采用 WKB<sup>[8]</sup> 形式的近似解。其精度高,近似程度好。

在式(3)中,设次声波是沿着  $X$  轴(水平方向)传播的,令  $k(x) = k_0 n(x)$ ,其中  $k_0 = \omega/c_0$ ,  $\omega$  为角频率;  $c_0$  为声源处的声速;  $n(x)$  为波在传播过程中波数的修正系数,则有

$$\ddot{\varphi}(x) + k_0^2 n^2(x) \varphi(x) = 0 \quad (4)$$

在不均匀大气中,设解的形式为

$$\varphi = \exp[ik_0 M(x)] \quad (5)$$

式中  $M(x)$  是以  $1/k_0$  的幂级数形式求出的函数,令

$$M(x) = \int_{x_0}^x dx \sum_{v=0}^{\infty} y_v(x)/k_0^v \quad (6)$$

将式(6)代入式(4)且令  $k_0^2$ 、 $k_0^4$ 、 $k_0^6$  的系数相等,得

$$\begin{cases} y_0 = \pm n \\ y_1 = i(\ln n^{1/2}) \\ y_2 = \pm \frac{1}{2} n^{-1/2} (n'' - 1/2) \end{cases} \quad (7)$$

只取级数展开后的前三项,代入式(5)、(6)中,得

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{n}} \exp[\pm ik_0 \int_{x_0}^x (1 - \epsilon) n] dx \quad (8)$$

其中  $\epsilon \equiv n^{-3/2} (n^{-1/2})'' / 2k_0^2$ , 在  $y_2/k_0^2 \ll y_1/k_0 \ll y_0$  条件下成立,即  $\epsilon \ll 1$ 。因此得出 WKB 的近似解为

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{n}} \exp[\pm i k_0 \int_{x_0}^x n(x) dx] \quad (9)$$

式(9)表达了在非均匀介质下的声波传播时的声场分布情况。

### 3 非均匀大气模型的建立

本文建立的大气模型是包含湍流运动的非均匀性的大气,其大气3大参数(温度、密度、压强)主要随高度变化。

#### 3.1 温度与高度的关系

表1为海拔高度 $h$ 与温度 $t$ 的关系。由表可知,随着高度的增加温度逐渐降低。通过拟合得到温度与高度的关系如图2所示。

表1 海拔高度与温度的关系

| 海拔高度/m | 平均气温/℃ | 海拔高度/m | 平均气温/℃ |
|--------|--------|--------|--------|
| 1 000  | 20.0   | 3 000  | 10.0   |
| 1 500  | 17.5   | 3 500  | 7.5    |
| 2 000  | 15.0   | 4 000  | 5.0    |
| 2 500  | 12.5   |        |        |

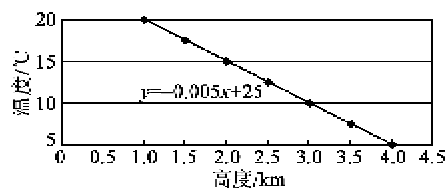


图2 温度和高度的关系曲线

从图2中可得到温度剖面(温度和高度的函数关系)为

$$t = 25 - 0.005h \quad (10)$$

#### 3.2 压强 $P$ 与 $h$ 高度的关系

表2为压强与高度的关系。由表可知,随着高度的增加,压强逐渐减小,通过拟合得到压强与高度的关系如图3所示。

表2 压强与高度的关系

| 海拔高度/m | 大气压力/Pa   | 海拔高度/m | 大气压力/Pa  |
|--------|-----------|--------|----------|
| 0      | 101 927.0 | 3 000  | 61 660.4 |
| 1 000  | 89 876.3  | 4 000  | 54 048.3 |
| 2 000  | 79 501.4  | 5 000  | 47 217.6 |
| 2 500  | 70 121.2  |        |          |

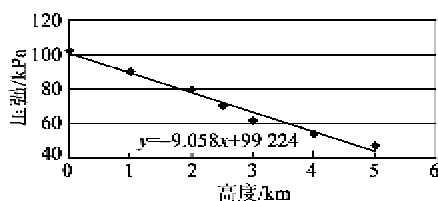


图3 高度与压强的关系曲线

同样可得压强剖面(压强与高度的关系)为

$$P = 99\,224 - 9.058h \quad (11)$$

#### 3.3 密度 $\rho$ 与 $h$ 的关系

3大参量中,密度与高度没有直接的关系,本文通过温度为桥梁,建立起密度与温度的关系,如表3所示。

表3 密度与温度的关系

| 温度/℃ | 大气密度/(kg/m³) | 温度/℃ | 大气密度/(kg/m³) |
|------|--------------|------|--------------|
| 0    | 1.293        | 20   | 1.205        |
| 5    | 1.270        | 25   | 1.184        |
| 10   | 1.247        | 30   | 1.165        |
| 15   | 1.226        |      |              |

由表3可知,大气密度与温度间有线性关系。通过拟合得到温度与密度的关系如图4所示。

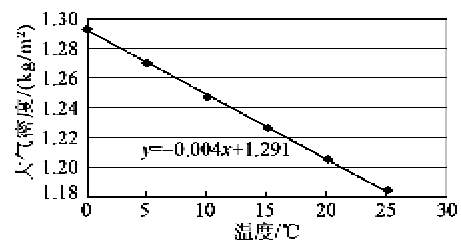


图4 温度与密度的关系曲线

从图4中可看出密度与温度的关系为

$$\rho = 1.291 - 0.004t \quad (12)$$

将式(12)代入式(10)得到密度剖面(密度与高度的函数关系):

$$\rho = 1.281 + 0.000\,02h \quad (13)$$

通过以上数据关系及拟合曲线得到了大气3大参量(压强、密度、温度)的剖面。为建立非均匀的大气模型奠定了基础。

### 4 次声波衰减量的计算

次声波在非均匀介质与均匀介质下传播的不同之处主要是对波数 $k$ 的影响。本文根据温度、压强、密度的剖面建立大气模型,并结合非均匀介质下的Helmholtz方程分析次声波的传播规律并计算其衰减量。

次声波在大气中传播的相速度为

$$v_p = \sqrt{k_s / \rho} \quad (14)$$

式中: $k_s$ 为绝热体积模量; $\rho$ 为大气的密度。 $k_s$ 属于体积弹性模量的一种,体积弹性模量用来衡量大气的可压缩程度。在本文中建立的大气模型是绝热模型(熵恒定)。

$$k_s = \gamma \times P \quad (15)$$

式中:  $\gamma=1.402$  为绝热指数;  $P$  为压强。

将式(11)、(13)、(15)代入式(14)中得出

$$v_p = \sqrt{\frac{139\,112.048 - 12.699\,316h}{1.281 + 0.000\,02h}} \quad (16)$$

因此波数

$$K_r = \frac{\omega}{v_p} = \frac{2\pi f}{\sqrt{\frac{139\,112.048 - 12.699\,316h}{1.281 + 0.000\,02h}}} \quad (17)$$

利用 WKB 近似解法,令  $K_r = K_0 \times n(h)$ , 其中

$$K_0 = 2\pi f, n(h) = 1/\sqrt{\frac{139\,112.048 - 12.699\,316h}{1.281 + 0.000\,02h}}$$

代入式(9)中,得出次声波在大气中传播的声场

$$\begin{aligned} \varphi = & \frac{1}{\sqrt{n(h)}} \exp[\pm i k_0 \int_{h_0}^h n(h) dh] = \\ & \left( \frac{139\,112.048 - 12.699\,316h}{1.281 + 0.000\,02h} \right)^{1/4} \cdot \\ & \exp\left[\pm i \times 2\pi f \int_{h_0}^h 1/\sqrt{\frac{139\,112.048 - 12.699\,316h}{1.281 + 0.000\,02h}} dh\right] \quad (18) \end{aligned}$$

式(18)为次声波在非均匀大气下声场的分布公式,通过式(18)可求得次声波的衰减量。

图5为频率  $f=5\text{ Hz}$  的次声波的声压曲线图从图5中可看出,次声波在非均匀大气中的衰减近似成指数型,且高度越高衰减量越大,这说明在高空大气中,由于温度降低,压强减小,密度减小,由此引起声速减小,大气的熵减小,次声波会沿着熵减小的方向进行,从而引起衰减量的增加。具体的衰减量可从图5中直接获得。

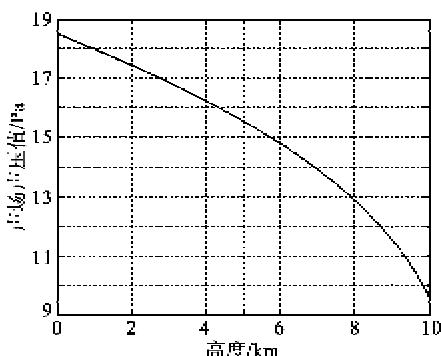


图5 次声波衰减曲线图

次声波的衰减量主要取决于温度、压强、密度3大参数。不同地域、不同季节,大气参量的改变影响

次声波的传播。本文就西安(经度  $108.93^\circ$ , 纬度  $34.3^\circ$ , 海拔高度  $397.5\text{ m}$ )和拉萨(经度  $91.13^\circ$ , 纬度  $29.67^\circ$ , 海拔高度  $3648.9\text{ m}$ )在1971年至2000年间,不同季度的大气参量值出发(具体参量见表4、5),分析出  $f=5\text{ Hz}$  次声波在不同的季度的衰减量。(以下数据均来自中国气象科学数据共享网)

表4 西安与拉萨各月的温度

| 城市                   | 月份   |     |     |      |      |      |
|----------------------|------|-----|-----|------|------|------|
|                      | 1    | 2   | 3   | 4    | 5    | 6    |
| 温度/ $^\circ\text{C}$ |      |     |     |      |      |      |
| 西安                   | -0.1 | 2.9 | 8.1 | 14.7 | 19.8 | 24.8 |
| 拉萨                   | -1.6 | 1.5 | 5.2 | 8.4  | 12.3 | 15.9 |

| 城市                   | 月份   |      |      |      |     |      |
|----------------------|------|------|------|------|-----|------|
|                      | 7    | 8    | 9    | 10   | 11  | 12   |
| 温度/ $^\circ\text{C}$ |      |      |      |      |     |      |
| 西安                   | 26.6 | 25.3 | 19.9 | 13.8 | 6.9 | 1.3  |
| 拉萨                   | 15.7 | 14.7 | 12.9 | 8.7  | 2.9 | -1.2 |

表5 西安与拉萨各月的压强

| 城市    | 月份     |        |        |        |        |        |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|       | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      |
| 压强/Pa |        |        |        |        |        |        |
| 西安    | 97 980 | 97 680 | 97 280 | 96 780 | 96 470 | 96 000 |
| 拉萨    | 65 020 | 64 870 | 64 970 | 65 170 | 65 230 | 65 180 |

| 城市    | 月份     |        |        |        |        |        |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|       | 7      | 8      | 9      | 10     | 11     | 12     |
| 压强/Pa |        |        |        |        |        |        |
| 西安    | 95 800 | 96 130 | 96 860 | 97 470 | 97 870 | 98 070 |
| 拉萨    | 65 300 | 65 440 | 65 530 | 65 490 | 65 470 | 65 350 |

图6为西安各季度次声波衰减图。从图中可看出,在一年中的各季度次声波传播的差异。5 000 m内,西安第一季度次声波的幅值最小,衰减的最慢,第三季度幅值最大,衰减的最快,当到达5 000 m时,各个季度衰减的幅值一样;5 000 m高空以外,第一季度的幅值最大,衰减量最小,第三季度的幅值最小,衰减量最大。图7为拉萨各季度次声波衰减图,由图可知,拉萨第三季度次声波的幅值最大,第一季度的幅值最小,但各个季度衰减量几乎相同,这是说明在次声波传播的过程中,温度的影响比压强的影响要强烈。图8为西安与拉萨第一季度次声波衰减量的比较。由图可知,在第一季度,西安次声波的幅值小于拉萨,但两地的相对衰减量差值近似相等,说明压强对次声波的声压幅值影响较大。

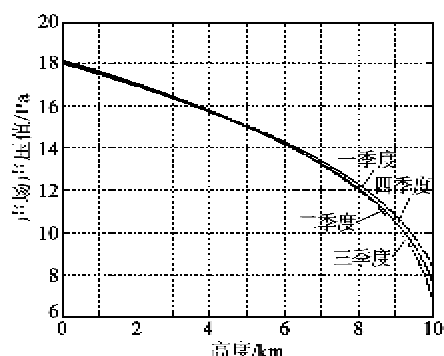


图6 西安各季度次声波衰减图

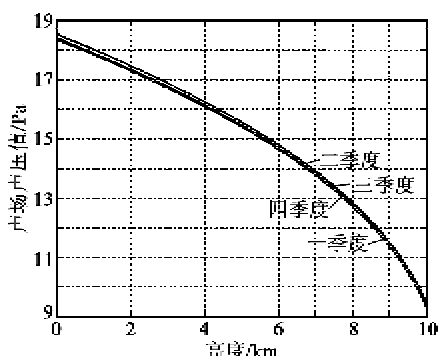


图7 拉萨各季度次声波衰减图

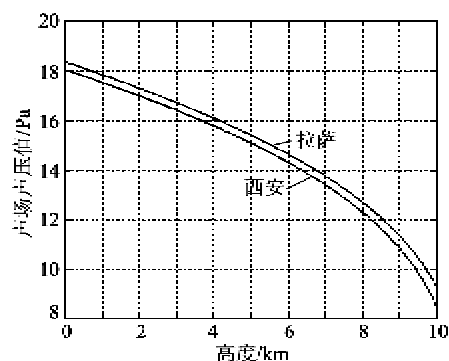


图8 西安与拉萨第一季度次声波衰减量的比较

由于缺乏大气密度的相关数据,因此未对两地大气的密度差异造成的次声波衰减量进行比较。

## 5 结束语

次声波在大气中的传播规律依赖于大气模型,描述大气模型的物理量主要为温度、密度和压强。本文根据对流层大气的结构,分别构建出温度、密度和压力的剖面,建立了对流层的大气模型。鉴于次

声波传播的介质是非均匀介质,传统的 Helmholtz 方程是描述均匀介质下声波的声场,对于非均匀介质,采用 WKB 近似方法得出其声场,有效地解决了次声波在非均匀介质下传播特性。通过 WKB 解计算出了次声波在大气中的衰减量,比较了不同季节、不同地域次声波的传播特性,为次声武器设计提供了必要的依据。

## 参考文献:

- [1] 林琳. 大气中一种低频次声波观测研究[J]. 声学学报, 2010, 35(2): 200-207.  
LIN Lin. Observation & study of a kind of low-frequency atmospheric infrasonic waves[J]. Acts Acustica, 2010, 35(2): 200-207.
- [2] ZHANG Lifeng. Spatial and structure of a gravity wave in Horizontal atmosphere of heterogenous stratification [J]. Advancens in Atmospheric Sciences, 2003, 20(1): 29-36.
- [3] 王秀娟. 无形杀手——次声波武器[J]. 国防, 2005(4): 74-75.  
WANG Xiujuan. Invisible killer——infrasonic weapons [J]. National Defence, 2005(4): 74-75.
- [4] 马林. 次声波非致命武器发展现状及致伤因素[J]. 科技资讯, 2010(11): 3.  
MA Lin. The infrasonic non-lethal weapons development status and injury factors[J]. Science & Technology Information, 2010(11): 3.
- [5] 布列霍夫斯基赫. 分层介质中的波[M]. 1 版. 杨训仁译. 北京: 科学出版社, 1969: 207-209.
- [6] 孟现磊. 大气声学与非线性声学的应用前景[J]. 山东师大学报 1996, 11(1): 44-46.  
MENG Xianlei. Atmospheric sound and nonlinear sound[J]. Journal of Shangdong Normal University, 1996, 11 (1): 44-46.
- [7] 杨训仁. 大气声学[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2007: 4-14.
- [8] FROMAN N, FROMAN P O. JWKB approximation-contributions to the theory[M]. S. l.: North-Holland Publishing Co, 1965.