

文章编号:1004-2174(2013)04-0514-05

# 基于惯性导航与无线测距组合的车载定位方案

潘英俊,杨玉婷,任春华,邹铁

(重庆大学 光电技术及系统教育部重点实验室,重庆 400030)

**摘要:**车载导航中,使用无线测距与惯性导航系统(INS)组合定位,可有效改善系统定位精度。针对定位中全球卫星定位系统(GPS)失锁时,由INS长时间独立工作造成的定位误差,该文从理论上论证了用无线测距所得精确距离修正INS定位数据方案的可行性,给出组合定位具体原理,并分析了定位误差与INS误差的关系,从而用来改善定位精度。仿真结果表明此方案可有效提高定位精度。

**关键词:**车载定位;惯性导航;无线测距;组合定位

**中图分类号:**TN967.2      **文献标识码:**A

## The Vehicle Positioning Scheme Based on Integrated Inertial Navigation and Wireless Ranging

PAN Yingjun, YANG Yuting, REN Chunhua, ZOU Tie

(Key Lab. of Opto-Electronic Technology & System, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**Abstract:** Combining wireless ranging and inertial navigation system(INS) can effectively improve the positioning precision for ground vehicle navigation system. In the case of long GPS signal blockages inherent, the positioning accuracy of independent INS is largely deteriorated. To overcome this limitation, this study theoretically demonstrates the feasibility of the scheme which corrects the INS positioning data by using the precise distance obtained from the wireless ranging. The integrated positioning principle has been presented and the relationship between the positioning error and INS error has also been analyzed to improve the positioning accuracy. The simulation results show that the propose scheme can improve the positioning accuracy effectively.

**Key words:** vehicle positioning; Inertial navigation; wireless distance measurement; integrated positioning

### 0 引言

组合定位技术是导航定位技术的一个分支。基于“多个导航设备可独立地提供导航信息,融合各系统的定位信息,可给出运载体相对准确的位置”这一原理,运用信息融合技术将各导航设备组合起来可形成一个完整的系统,该系统具备准确定位的能力。

对于信息融合,卡尔曼滤波理论已被广泛使用,全球卫星定位系统(GPS)与惯性导航系统(INS)的融合<sup>[1]</sup>即为该理论的经典应用,该融合技术可在绝大多数情况下良好工作,并获得优秀的工作效果,但在GPS信号失锁的地方(或场景),上述融合技术显然无法使用<sup>[2]</sup>。这时INS将独立工作,如果INS独立工作时间较长,其产生的误差随时间累计效应就

很明显,导致在该段时间内无法准确找出运载体具体位置。如何在该段时间内得到运载体的具体位置,成为了近些年相关研究的主要课题。

文献[3]中将距离引入INS,推导出相应的卡尔曼滤波器,适用于空间有若干运载体,并且运载体之间的相对位置关系相对不变的场合,正如文献所述的机群组网定位,而在车载导航场合,上述方案应用受限,并且在INS无法精确定位时,卡尔曼滤波器也无法使用。为此,针对车载导航场合,本文提出了另一种INS与距离的组合方案,以提高定位精度。

### 1 基本原理

假设车载定位系统在GPS失锁后由INS独立工作。虽然INS长时间工作后,产生的误差随时间

收稿日期:2012-08-04

基金项目:2011年国家自然科学基金资助项目(51175535)

作者简介:潘英俊(1948-),男,四川雅安人,教授,硕(博)士生导师,硕士,主要从事光电测控与传感技术、智能机器人触觉传感技术、信息光学理论与应用、微波治疗技术及仪器研制等方面的研究与应用开发工作。E-mail:pyj@cqu.edu.cn。

累计效应明显,但在小时间  $t$  范围内产生的累计误差基本保持不变。因此在  $t$  时间范围内,由惯导提供的两未知点的相对位置矢量与两定位点真值之差所得的矢量相同;另已知上述两未知定位点到某已知点的距离(可用无线测距设备实现),可得出上述含误差点的真实定位坐标,即对惯导定位误差进行了校正。以下分两种情况从理论上讨论此方案的可行性。

### 1.1 二维情况

首先考虑二维情况。设运载体在  $A$  处只有惯导提供的定位信息  $A(a_1, b_1)$ , 同时,载体上的无线测距设备与已知坐标点  $D(u, v)$  通讯,测得  $A$  到  $D$  的距离  $d_{AD}$ ,运载体运动时间  $t$  后到达  $B$  位置,惯导提供定位信息为  $B(a_2, b_2)$ ,在该点再次与  $D$  通讯,得到距离  $d_{BD}$ 。虽然惯导自身存在累积误差,但从点  $A$  到点  $B$  运载体经历时间  $t$  较短,在此过程中惯导系统所产生的系统累积误差较小,故可假设惯导所提供信号  $B$  相对于  $A$  的位置为无误差真实值,用向量  $\mathbf{AB}$  表示,即  $\mathbf{AB} = (a_2 - a_1, b_2 - b_1)$ ,设点  $A$  和点  $B$  的真实位置分别为  $(x_A, y_A)$  与  $(x_B, y_B)$ ,由上述分析可得到如下方程组:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_B - x_A = a_2 - a_1 \\ y_B - y_A = b_2 - b_1 \\ (x_B - u)^2 + (y_B - v)^2 = d_{BD}^2 \\ (x_A - u)^2 + (y_A - v)^2 = d_{AD}^2 \end{array} \right. \quad (1)$$

此方程组的几何意义为:以  $D(u, v)$  为圆心,分别在以  $d_{BD}$ 、 $d_{AD}$  为半径的同心圆上各找一点,使得由此构成的向量与已知向量  $\mathbf{AB}$  相等,由于向量  $\mathbf{AB}$  的起点和终点分别在两同心圆上,故此方程组有解;又由于方程组中前两个方程次数为 1,故此方程组最多有两组解。当此方程组只有一组解时,该组解即为  $A$ 、 $B$  两点的真实位置;当存在两组解时,情况较复杂,需根据惯导系统的误差分布和记录下的定位信息  $(a_1, b_1)$  进行综合判断。

### 1.2 三维情况

三维导航定位与二维情况类似,只需应用两次二维导航时的定位方法即可。运载体从点  $A$  到点  $B$  的过程中再记录下任意点  $C$  的信息,从而解出相应方程便可得出  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的可能值,具体方法如下:

记录下惯导在某点定位信息,以此同时让运载体与事先标定的点  $D(u, v, w)$  通讯,从而测得当前位置与  $D$  的距离  $d_1$ ;运载体运动一段时间后,记录

一次惯导输出  $(a_i, b_i, c_i)$ ,和无线测距设备输出  $d_i$  ( $i=2,3$ )。与二维原理相同,得

$$\left\{ \begin{array}{l} x_C - x_A = a_2 - a_1 \\ y_C - y_A = b_2 - b_1 \\ z_C - z_A = c_2 - c_1 \\ x_B - x_A = a_3 - a_1 \\ y_B - y_A = b_3 - b_1 \\ z_B - z_A = c_3 - c_1 \\ (x_A - u)^2 + (y_A - v)^2 + (z_A - w)^2 = d_1^2 \\ (x_B - u)^2 + (y_B - v)^2 + (z_B - w)^2 = d_2^2 \\ (x_C - u)^2 + (y_C - v)^2 + (z_C - w)^2 = d_3^2 \end{array} \right. \quad (2)$$

由方程组(2)求得  $A$ 、 $B$ 、 $C$  坐标的可能值(至多两组);根据点  $A(a_1, b_1, c_1)$  的值判断其具有最大可能性的位置,从而求出运载体当前具有最大可能性的位置  $C$ 。

## 2 误差讨论

惯性导航技术是用惯性器件作为传感器,获得运载体在当前时刻的加速度信息,若初始状态确定后,运用运动学公式可求得当前运载体的速度和位移,进而求出运载体在当前空间中的位置<sup>[4-5]</sup>。由上述原理可知,单纯的 INS 确定某点位置,完全由上一时刻(设为  $t$ )的系统状态和从上一时刻到当前时刻系统的变化唯一确定,而与  $t$  之前的状态无关,是一个典型的马尔科夫过程<sup>[6-9]</sup>。由统计学意义说明:

1) 该系统状态的数学期望为系统的真实位置,但由于所需定位信息是某次随机过程的一次实现,故误差不能简单用误差的数学期望代替。

2) 若考虑时间  $t$  的变化,虽然从理论上可较准确地表示每一时刻的误差分布,但会使误差分布表达式很复杂,不适于实际应用,且同样存在误差随时间积累的问题。

因此,本文舍弃使用上述两种常用方法讨论惯导误差,具体采用方法步骤如下所述。

### 2.1 确定坐标误差范围

第1节中两种定位情况都是基于 INS 输出信号为准确值的理想条件,但在实际应用中,由于 INS 产生的定位误差不可被忽略,因此有必要讨论其误差与式(1)、(2)解的关系,使 INS 的输出误差对方程解的影响尽可能小,从而获得更好的定位条件。介于三维情况下的方程组是二维情况的简单重复,

这里只详细讨论二维情况下误差与解的关系。

在二维情况下,由于惯导的误差与相对位置有关,而与实际坐标无关,我们设  $a = a_2 - a_1$ ,  $b = b_2 - b_1$ ,再用坐标变换  $X = x - u$ ,  $Y = y - v$ ,将上述定义坐标原点  $O(0,0)$  移到  $D(u, v)$  处而形成新坐标系  $XO'Y$ ,如图 1 所示,式(1)被简化为

$$\left\{ \begin{array}{l} X_B - X_A = a \\ Y_B - Y_A = b \\ X_B^2 + Y_B^2 = d_{BO'}^2 \\ X_A^2 + Y_A^2 = d_{AO'}^2 \end{array} \right. \quad (3)$$

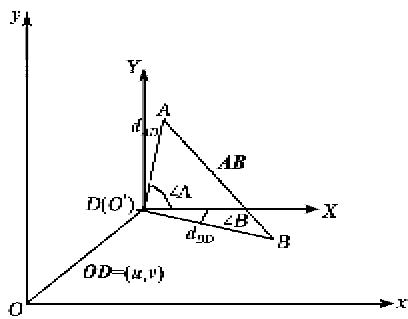


图 1 坐标变换图

式(3)可看成关于  $a, b$  的向量函数:  $\mathbf{F} = \mathbf{F}(a, b)$ , 其中  $\mathbf{F} = (X_B, X_A, Y_B, Y_A)^T$ , 从几何意义而言, 当  $\Delta a, \Delta b$  较小时,  $d\mathbf{F} = \mathbf{F} \cdot \left( \frac{\partial}{\partial a}, \frac{\partial}{\partial b} \right) \cdot \begin{bmatrix} da \\ db \end{bmatrix}$  是  $\Delta\mathbf{F}$  的线性主部, 可用来衡量误差大小, 由隐函数求导法则<sup>[7]</sup>分别对  $a, b$  求偏导, 可得

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial X_B}{\partial a} - \frac{\partial X_A}{\partial a} = 1 \\ \frac{\partial Y_B}{\partial a} - \frac{\partial Y_A}{\partial a} = 0 \\ 2X_B \frac{\partial X_B}{\partial a} + 2Y_B \frac{\partial Y_B}{\partial a} = 0 \\ 2X_A \frac{\partial X_A}{\partial a} + 2Y_A \frac{\partial Y_A}{\partial a} = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial X_B}{\partial b} - \frac{\partial X_A}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial Y_B}{\partial b} - \frac{\partial Y_A}{\partial b} = 1 \\ 2X_B \frac{\partial X_B}{\partial b} + 2Y_B \frac{\partial Y_B}{\partial b} = 0 \\ 2X_A \frac{\partial X_A}{\partial b} + 2Y_A \frac{\partial Y_A}{\partial b} = 0 \end{array} \right. \quad (5)$$

解式(4), (5)可得

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial X_B}{\partial a} = \frac{X_A Y_B - Y_A X_B}{X_A Y_B - Y_A X_B} \\ \frac{\partial X_A}{\partial a} = \frac{Y_A X_B - X_A Y_B}{X_A Y_B - Y_A X_B} \\ \frac{\partial Y_B}{\partial a} = -\frac{X_A X_B}{X_A Y_B - Y_A X_B} \\ \frac{\partial Y_A}{\partial a} = -\frac{X_A X_B}{X_A Y_B - Y_A X_B} \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial X_B}{\partial b} = \frac{Y_A Y_B}{X_A Y_B - Y_A X_B} \\ \frac{\partial X_A}{\partial b} = \frac{Y_A Y_B}{X_A Y_B - Y_A X_B} \\ \frac{\partial Y_B}{\partial b} = -\frac{Y_A X_B}{X_A Y_B - Y_A X_B} \\ \frac{\partial Y_A}{\partial b} = -\frac{X_A Y_B}{X_A Y_B - Y_A X_B} \end{array} \right. \quad (7)$$

若记  $\angle AO'X, \angle BO'X$  分别为  $\angle A, \angle B$ , 则有

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial X_B}{\partial a} = \frac{1}{1 - \tan A \cot B} \\ \frac{\partial X_A}{\partial a} = \frac{1}{\cot A \tan B - 1} \\ \frac{\partial Y_B}{\partial a} = \frac{1}{\tan A - \tan B} \\ \frac{\partial Y_A}{\partial a} = \frac{1}{\tan A - \tan B} \end{array} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial X_B}{\partial b} = \frac{1}{\cot A - \cot B} \\ \frac{\partial X_A}{\partial b} = \frac{1}{\cot A - \cot B} \\ \frac{\partial Y_B}{\partial b} = \frac{1}{1 - \cot A \tan B} \\ \frac{\partial Y_A}{\partial b} = \frac{1}{\tan A \cot B - 1} \end{array} \right. \quad (9)$$

计算得

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial X_B}{\partial a} = \frac{\cos A \sin B}{\sin(B-A)} \\ \frac{\partial X_A}{\partial a} = \frac{\sin A \cos B}{\sin(B-A)} \\ \frac{\partial Y_B}{\partial a} = \frac{\cos A \cos B}{\sin(A-B)} \\ \frac{\partial Y_A}{\partial a} = \frac{\cos A \cos B}{\sin(A-B)} \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial X_B}{\partial b} = \frac{\sin A \sin B}{\sin(B-A)} \\ \frac{\partial X_A}{\partial b} = \frac{\sin A \sin B}{\sin(B-A)} \\ \frac{\partial Y_B}{\partial b} = \frac{\sin A \cos B}{\sin(A-B)} \\ \frac{\partial Y_A}{\partial b} = \frac{\cos A \sin B}{\sin(A-B)} \end{array} \right. \quad (11)$$

当  $|B-A|=\pi/2$  时,上述两组解的绝对值较小,从而将式(10)、(11)的解代入定义的  $dF$  公式中,  $dF$  能获得较小的绝对值。从这个意义上,当  $|B-A|=\pi/2$  时,解得的位置有较小误差。为此主动选择  $B$  点位置,使  $\angle AO'B=\pi/2$ ,进而  $dF$  有最小值,从而式(1)的解有最小误差,求得当前所在位置  $B$ ,即可开始新的导航。

上述确定了 1.1 节中二维情况  $B$  点的最优位置,下面讨论  $B$  点的误差与惯导产生误差的关系,以  $B$  点  $X$  方向数据为例。位置  $X_B$  误差的线性主部  $|dX_B|$  为

$$\begin{aligned} |dX_B| &= \left| \frac{\partial X_B}{\partial a} \cdot da + \frac{\partial X_B}{\partial b} \cdot db \right| \leqslant \\ &\leqslant \left| \frac{\partial X_B}{\partial a} \cdot da \right| + \left| \frac{\partial X_B}{\partial b} \cdot db \right| \leqslant \\ &\leqslant \left( \left| \frac{\partial X_B}{\partial a} \right| + \left| \frac{\partial X_B}{\partial b} \right| \right) \cdot \\ &\max(|\Delta a|, |\Delta b|) = (|\cos A| \cdot \\ &|\sin B| + |\sin A| \cdot |\sin B|) \cdot \\ &\max(|\Delta a|, |\Delta b|) = \left( \frac{1}{2} |1 - \right. \\ &\left. \cos 2A| + \frac{1}{2} |\sin 2A| \right) \cdot \\ &\max(|\Delta a|, |\Delta b|) = \frac{1}{2} (1 - \\ &\cos 2A + |\sin 2A|) \cdot \\ &\max(|\Delta a|, |\Delta b|) \leqslant \frac{1+\sqrt{2}}{2} \cdot \\ &\max(|\Delta a|, |\Delta b|) \end{aligned} \quad (12)$$

由式(12)可知,  $B$  点在  $X$  方向的误差在惯导输出误差的  $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$  倍之内。同理,可推出  $B$  点其他方向及  $A$  点的误差范围。

由此可得,方程组(1)可在惯导输出误差较小时得出较精确的位置。

## 2.2 确定具体坐标

在第 1 节中提到方程组有两组解,但实际位置只有一个,下面从概率论角度判断真实位置所在。基于运载体在  $A$  处的初始惯导信息如果单从方程组来说,两组解都有可能并且可能性相等<sup>[10-12]</sup>,但若加入运载体在  $A$  处的初始信息(即 1.1 中的  $(a_1, b_1)$  和 1.2 中的  $(a_1, b_1, c_1)$ ),以及惯导系统的误差分布,就能对真实位置作出较好的判定。

设惯导误差为  $X$ ,其误差分布为  $F(x)=P\{X \leqslant x\}$ ,式(3)的解为  $A_1(x_{A_1}, y_{B_1})$  和  $A_2(x_{A_2}, y_{B_2})$ ,惯导测量值  $(a_1, b_1)$  到  $A_1$  的距离为  $d_1$ ,到  $A_2$  的距离为  $d_2$ ,并且  $d_1$  和  $d_2$  的范围确定( $d_1 \in (e, f]$ ,  $d_2 \in (g, h]$ )。规定以  $R$  表示实际位置为  $A_1$  这一事件,以  $S$  表示实际位置为  $A_2$  这一事件,  $T$  表示含有较大误差的位置为  $A$  这一事件,由此可得各自概率为

$$\left\{ \begin{array}{l} P(R)=1/2 \\ P(S)=1/2 \\ P(T|R)=F(f)-F(e) \\ P(T|S)=F(h)-F(g) \end{array} \right. \quad (13)$$

由 Bayes 式<sup>[10-12]</sup> 可得

$$P(R|T)=\frac{P(R) \cdot P(T|R)}{P(R) \cdot P(T|R)+P(S) \cdot P(T|S)}=\frac{F(f)-F(e)}{F(f)-F(e)+F(h)-F(g)} \quad (14)$$

$$P(S|T)=\frac{P(S) \cdot P(T|S)}{P(R) \cdot P(T|R)+P(S) \cdot P(T|S)}=\frac{F(h)-F(g)}{F(f)-F(e)+F(h)-F(g)} \quad (15)$$

当式(13)中所有值均已知,则可求出式(14)、(15)具体值,若  $P(R|T) < P(S|T)$ ,则说明解为  $A_1(x_{A_1}, y_{B_1})$  的可能性极大,有理由相信  $A_1(x_{A_1}, y_{B_1})$  为  $A$  点的真实位置,反之亦然。

## 3 仿真

为验证上述几节理论的可行性,现采用 Matlab2011b 进行仿真验证。在车载 INS 导航系统中,由于加速度计精度能满足导航需要,在此主要侧重于对陀螺误差的修正<sup>[18]</sup>。假设陀螺的动态和静态漂移可通过实验等方法进行校正,INS 测量坐标点只含有随机漂移误差,该随机误差满足正态分布<sup>[3]</sup>  $N \sim (0, \sigma^2)$  ( $N$  为正态分布函数),INS 的定位精度采用通用精度为 0.4 nmile/h (1 nmile = 1 855.32 m)<sup>[13]</sup> 的激光陀螺,定义两点间精确距离

在百米级,测量精度可达厘米级(如激光测距)<sup>[14]</sup>。设系统定位采用经纬度坐标系,将坐标系转换到平面坐标系,再平移到自定义  $XO'Y$  测量坐标系中,如图 1 所示,其中  $d_{AD}=100 \text{ m}$ ,  $d_{BD}=100 \text{ m}$ ,  $\angle AOB=90^\circ$ 。校正时间间隔的选取需满足 INS 误差相对于

矫正误差的范围(若取上述测量范围,可假设取校正时间 $<5 \text{ min}$  矫正一次)。向量  $AB$  由含误差的惯导值确定,且由其误差分布选择出最小误差值。对向量  $AB$  引入误差  $\Delta x=3$ ,  $\Delta y=-5$ , 则计算得到的结果如表 1 所示。

表 1 真实值与计算值坐标

惯导测量值	真实值	计算值	
$a(70, 55)$	$A(80, 60)$	$A_1(76.3841, 64.5405)$	$A_2(-84.6594, 53.2239)$
$b(83, -130)$	$B(90, -120)$	$B_1(89.3841, -120.4595)$	$B_2(-71.6594, -131.7761)$

接下来要在计算所得的两坐标中选择靠近真实值的坐标点。上述已假设 INS 在各方向上的误差满足正态分布  $N \sim (0, \sigma^2)$ , 有惯导测量值到计算值的距离  $d_1 \in (5, 10]$ ,  $d_2 \in (-155, 3]$ , 由 2.2 节理论可知,  $A_1, B_1$  更靠近真实值, 因此选取该组坐标点代替真实坐标点。经比较,  $A$  点误差由原来的 10 减小到 5, 而  $B$  点则由 10 减小到 1, 精度明显提高。各坐标点如图 2 所示。

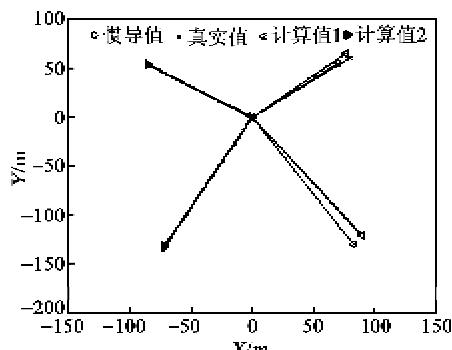


图 2 坐标值图示

#### 4 结束语

本文的理论分析与仿真结果表明,在车载定位系统中,在 INS 长时间单独工作输出误差较大或无法定位时,引入短距离测距设备可帮助修正 INS 误差。

#### 参考文献:

- [1] LI Y, WANG J. Low-cost tightly coupled GPS/INS integration based on a nonlinear Kalman filtering design [C]//Monterey, California: ION National Technical Meeting, 2006:18-20.
- [2] SUKKARIEH S, KIM J. SLAM aided GPS/INS navigation in GPS denied and unknown environments[C]//Sydney, Australia: The International Symposium on GNSS/GPS, 2004.
- [3] 冯培德, 谢淑香, 张京娟. 机群组网定位的一种新途径 [J]. 北京航空航天大学学报, 2006, 32(11): 1263-1267.
- [4] TITTERTON D H, WESTON J L. Strapdown inertial navigation technology second edition[M]. Reston, VA: AIAA, UK: Institution of Electrical Engineers, 2004.
- [5] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [6] 王丹, 熊智, 陈方, 等. 考虑 SAR 图像导航量测特性的 SAR/INS 组合导航非线性滤波[J]. 应用科学学报, 2010, 28(4): 381-386.
- [7] WANG Dan, XIONG Zhi, CHEN Fang, et al. Non-linear filtering for SAR/INS integrated navigation considering SAR image navigation measurement characteristics [J]. Journal of Applied Sciences, 2010, 28(4): 381-386.
- [8] 徐海刚. 惯导双位置对准精度分析[J]. 弹箭与制导学报, 2009, 29(4): 1-3.
- [9] XU Haigang. Precision analysis on two-position alignment method of INS[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2009, 29(4): 1-3.
- [10] 吴富梅, 杨元喜. 基于高阶 AR 模型的陀螺随机漂移模型[J]. 测绘学报, 2007, 36(4): 389-393.
- [11] WU Fumei, YANG Yuanxi. Gyroscope random drift model based on the higher-order AR model[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2007, 36(4): 389-393.
- [12] 郝才勇, 刘恒, 刘宏立. 基于 TDOA 的卫星干扰源定位方法的研究[J]. 重庆邮电大学学报: 自然科学版, 2012, 24(4): 442-446.
- [13] HAO Caiyong, LIU Heng, LIU Hongli. Research on satellite interference location based on TDOA[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications: Natural Science Edition, 2012, 24(4): 442-446.
- [14] RUDIN W. Principles of mathematical analysis, third edition[M]. S. l.: McGraw-Hill, 1976.

(下转第 523 页)