

# 抗差卡尔曼滤波在惯组外场自标定中的应用

张斌,刘洁瑜,李成,崔明海,张强

(第二炮兵工程大学 控制工程系,陕西 西安 710025)

**摘要:**针对惯组在外场自标定受到环境的振动干扰会降低标定精度的问题,分析了粗差对卡尔曼滤波估计值的影响,提出将基于抗差估计的卡尔曼滤波算法应用于惯性测量组合(IMU)外场自标定数据处理中。该算法通过等价权函数对异常数据进行连续降权,减弱粗差对惯组输出的污染,兼具了卡尔曼滤波的实时性和等价权函数的抗差性,具有实际应用价值。实验结果表明,与 Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波和抗野值卡尔曼滤波相比,抗差卡尔曼滤波具有更强的抗差性,滤波收敛速度更快,单次通电精度提高了至少 1 个数量级,能有效抑制异常数据对标定精度的影响。

**关键词:**惯性测量组合(IMU);外场自标定;振动干扰;抗差估计;卡尔曼滤波;数据处理

**中图分类号:** TJ765.4 **文献标识码:** A

## Application of Robust Kalman Filtering to IMU Outfield Calibration

ZHANG Bin, LIU Jieyu, LI Cheng, CUI Minghai, ZHANG Qiang

(Dept. of Control Engineering, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

**Abstract:** Aiming at solving the problem that the calibration accuracy of inertial measurement unit (IMU) will be affected if it is interrupted by the ground vibration when it is self-calibrated in outfield, the influence of gross error on the estimated value of Kalman Filtering (KF) is analyzed firstly, then a modified KF based on Robust Estimation is proposed to be used in the data processing of IMU self-calibration in outfield. By descending weights of abnormal data continuously via equivalent weight function, the influence of abnormal data on IMU outputs is minimized. Taking the advantages of KF and equivalent weight function, the new method is not only real-time but also robust. Experiment results show that comparing with Sage-Husa adaptive KF and Fault-Tolerant KF, the robust KF is more robust, its rapidity of convergence is faster. The accuracy of single testing is improved at least one order. It can degrade the influence of abnormal data on the calibration accuracy effectively.

**Key words:** inertial measurement unit (IMU); outfield calibration; vibration disturbance; robust estimation; Kalman filtering; data processing

### 0 引言

惯性测量组合(IMU)的精度直接影响导弹武器的打击精度,加表和陀螺仪的误差参数会随时间而发生变化。因此,以前是定期将 IMU 从弹体上拆卸下来,再通过高精度的测试设备对其标定。但其标定值反映的是 IMU 的历次通电特性,不能反映导弹武器临射前的使用状态,这不仅增加了导弹武器的维护成本和降低了武器战备的完好率,且将会直接影响导弹武器的打击精度。为解决 IMU 参数稳定性问题,提高系统的精度,充分利用 IMU 单次通电标定精度高的特性,射前自标定技术是进

行 IMU 误差参数的快速估计与补偿的重要途径之一<sup>[1]</sup>。但在外场测试环境下,由于不具备室内严格的隔离措施,易受各种环境因素的干扰,要实现 IMU 的快速精确标定,必须解决发射车发动机和发电机的振动干扰、阵风干扰、人员走动及其他传递干扰造成的 IMU 输出异常值的影响。

对于异常数据的判别和剔除,通常采用统计判别法和滤波法。统计判别法由于实时性弱,因此不利于导弹武器射前自标定的应用。滤波法中卡尔曼滤波是一种实时性较强且有效的数据处理方法,但当测量数据中包含少量的过失误差时,卡尔曼滤波

收稿日期:2012-09-11

作者简介:张斌(1984-)男,河南林州人,硕士生,主要从事捷联惯导标定技术的研究。刘洁瑜(1970-)女,广东增城人,副教授,硕士生导师,主要从事惯性制导技术与惯性测试系统的研究。

结果会明显偏离系统真值。且 IMU 输出数据的野值包含孤立型、离散型和斑点型<sup>[2]</sup> 3 种形式。改进的卡尔曼滤波算法(如 Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波、抗野值卡尔曼滤波<sup>[3-5]</sup>)在处理含少量孤立型野值的数据上具有一定优势,但外场条件下的振动干扰可能是一段连续信号,且是时变的,噪声水平难以估计,其滤波结果稳定性变差,收敛速度变慢,局限性显而易见。抗差估计是一种在实际模型与所假定的模型相符合时,估值是最优或接近最优的;在实际模型与所假定的模型有少许偏离时,估值受粗差影响较小;在实际模型与所假定的模型有较大偏离时,估值不致受到破坏性影响的估计方法。因此,本文提出将基于抗差估计的卡尔曼滤波(抗差卡尔曼滤波)应用于 IMU 外场的射前自标定,实验结果验证了该算法的有效性。

### 1 粗差对卡尔曼滤波估计值的影响

假设线性状态方程和观测方程为

$$\mathbf{X}(k) = \Phi \mathbf{X}(k-1) + \mathbf{G}\mathbf{W}(k-1) \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}(k) = \mathbf{H}\mathbf{X}(k) + \mathbf{L}(k) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{X}(k)$ 和 $\mathbf{Z}(k)$ 分别为 $k$ 时刻的状态向量和观测向量; $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{G}$ 、 $\Phi$ 分别为相应维数的常数矩阵; $\mathbf{W}$ 、 $\mathbf{L}$ 分别为系统噪声和观测噪声,并假设是均值为 0 的高斯白噪声过程。其相应的标准卡尔曼滤波法为

$$\hat{\mathbf{X}}(k/k-1) = \Phi \hat{\mathbf{X}}(k-1) \quad (3)$$

$$\mathbf{P}(k/k-1) = \Phi \mathbf{P}(k-1) \Phi^T + \mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^T \quad (4)$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k/k-1) \mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{P}(k/k-1) \mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1} \quad (5)$$

$$\mathbf{P}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}] \mathbf{P}(k/k-1) \quad (6)$$

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{Z}(k) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(k/k-1) \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k) = \hat{\mathbf{X}}(k/k-1) + \mathbf{K}(k) \mathbf{e}(k) \quad (8)$$

式中: $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$ 分别为系统噪声矩阵和观测噪声矩阵; $\mathbf{P}(k)$ 为协方差矩阵; $\mathbf{K}(k)$ 为增益矩阵; $\mathbf{e}(k)$ 为新息序列; $\Phi^T$ 、 $\mathbf{H}^T$ 分别为矩阵 $\Phi$ 、 $\mathbf{H}$ 的转置; $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。

当滤波达到稳态时,由卡尔曼滤波的性质可知, $\mathbf{e}(k)$ 为零均值的独立正态同分布随机序列。在这种情况下,卡尔曼滤波器对状态的估计值可达很高的精度。假设 $k$ 时刻前观测值正常, $k$ 时刻出现野值,并把野值看作叠加于正常观测数据上的一个冲击分量,则式(2)变为

$$\mathbf{Z}'(k) = \mathbf{Z}(k) + \mathbf{B} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{Z}(k)$ 为 $k$ 时刻的正常观测值; $\mathbf{Z}'(k)$ 为叠加野

值分量后的观测值; $\mathbf{B}$ 为野值分量。

考虑野值后新息序列可表示为

$$\mathbf{e}'(k) = \mathbf{Z}'(k) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(k/k-1) = \mathbf{Z}(k) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(k/k-1) + \mathbf{B} = \mathbf{e}(k) + \mathbf{B} \quad (10)$$

由此可见,野值对滤波器的影响相当于卡尔曼滤波器对具有冲击形式的野值分量 $\mathbf{B}$ 的响应。新息的统计特性受到破坏,必须对新息进行补偿或修正才能保证卡尔曼滤波的估计精度。

### 2 基于抗差估计的卡尔曼滤波

抗差估计<sup>[6]</sup>是在粗差不可避免的情况下,选择适当的估计方法使未知参数估值尽可能避免粗差的影响,得到正常模式下的最佳估值。抗差估计的原则是充分利用有效信息,限制利用可用信息,排除有害信息。

抗差估计的关键是寻求合适的等价权函数,以保证估值的抗差性和效率。本文将采用 IGG III 函数对卡尔曼滤波方程进行改造,它将观测值的信息区划分为保权区(保持原来观测权不变)、降权区(对可疑观测值做降权处理)和拒绝区(权为 0)3 个部分。抗差估计的基本效率由保权区的观测值来保证,它们应是观测数据的主体;其效率和可靠性通过降权区的观测值的权函数得到加强,抗差能力更体现在拒绝区。

IGG III 等价权函数为

$$\bar{d}_i = \begin{cases} d_i & |\bar{v}_i| \leq k_0 \\ d_i \frac{k_0}{|\bar{v}_i|} \left( \frac{k_1 - |\bar{v}_i|}{k_1 - k_0} \right)^2 & k_0 < |\bar{v}_i| \leq k_1 \\ 0 & |\bar{v}_i| > k_1 \end{cases} \quad (11)$$

式中: $\bar{v}_i = v_i/\sigma_i$ 为标准化残差; $\sigma_i = \hat{\sigma}_0/\sqrt{\bar{d}_i}$ , $\hat{\sigma}_0$ 为均方差因子估值可根据 $\hat{\sigma}_0 = \text{median} \{ |\sqrt{\bar{d}_i} v_i^0| \} / 0.6745$ 求得。 $k_0$ 和 $k_1$ 为临界值,一般取 $1.0 \sim 1.5$ , $k_1$ 取 $2.5 \sim 8.0$ 。

卡尔曼滤波的精度评定参数之一是单位权方差 $\hat{\delta}_0^2(k)$ ,根据广义最小二乘原理,其单位权方差<sup>[7-9]</sup>为

$$\hat{\delta}_0^2(k) = \frac{\mathbf{V}_k^T \mathbf{P} \mathbf{V}_k + \mathbf{V}_x^T \mathbf{P}_x \mathbf{V}_x}{n_k} \quad (12)$$

式中: $n_k$ 为 $k$ 时刻的观测方程个数; $\mathbf{V}_k = \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(k/k-1) - \mathbf{Z}(k/k)$ 为预测残差; $\mathbf{P} = \mathbf{R}^{-1}(k)$ ; $\mathbf{V}_x = \hat{\mathbf{X}}(k/k-1) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{X}}(k/k)$ ; $\mathbf{P}_x = \mathbf{P}^{-1}(k/k-1)$ 。

在卡尔曼滤波中,当观测向量 $\mathbf{Z}$ 存在粗差时,

$\hat{X}(k)$ 将受到粗差的影响。根据抗差估计等价权原理,通过分析增益矩阵  $K(k)$ ,选取适当的权函数代替观测噪声协方差阵,以减小或消除粗差对估计结果的影响。等价权选定后,重新利用广义最小二乘原理,可导出抗差卡尔曼滤波的递推方程。其递推方程与原递推方程具有相似的形式,原递推方程的  $R$  由其等价协方差阵  $\bar{R}$  代替,可由等价权阵  $\bar{D}$  求逆获得。 $P(k/k-1)$ 、 $P(k/k)$  由于受  $\bar{R}$  的影响而与原方程不同。

等价权要由残差  $V$  确定,需迭代计算。计算步骤如下:

1) 依观测噪声的原始权阵(或协方差阵)按式(3)~(8)进行初步计算,求出参数估值  $\hat{X}^0$ 、各观测值的残差及单位权方差(见式(12))。

2) 依上一步观测值残差及单位权方差,确定各观测噪声的权因子,并计算相应的等价权。

3) 根据等价权按照式(3)~(8)再次计算,求出参数估值  $\hat{X}^1$ 、各观测值的残差及单位权方差。

4) 将该步的参数估值  $\hat{X}^i$  与上一步的参数估值  $\hat{X}^{i-1}$  进行比较,若  $|\hat{X}^i - \hat{X}^{i-1}| < \epsilon$  ( $\epsilon$  为设定的收敛临界值),则停止计算;否则,返回第 2) 步重新迭代计算。

### 3 IMU 输出信号的状态模型和观测模型

对 IMU 输出信号进行卡尔曼滤波处理,需要建立固定位置加速度计的输出信号模型,同时假设原始数据噪声干扰为白噪声。IMU 的固定位置输出是一个平稳的随机过程,因此可利用一阶自回归模型(AR(1)模型)来描述<sup>[8]</sup>。从计算简化的角度考虑,模型可表示为

$$\hat{Y}(k) = \hat{Y}(k-1) \tag{13}$$

式中  $\hat{Y}(k)$  为 AR(1)模型的输出。

设系统状态为  $X(k) = \hat{Y}(k)$ ,那么就有  $X(k-1) = \hat{Y}(k-1)$ ,设过程噪声为  $W(k)$ ,则状态模型为

$$X(k) = \Phi X(k-1) + GW(k-1) \tag{14}$$

式中:  $\Phi = 1; G = 1$ 。

设  $L(k)$  为 AR(1)模型的测量误差,则有  $y(k) = \hat{Y}(k) + L(k)$ 。设系统输出为  $Y(k) = y(k)$ ,则观测模型为

$$Y(k) = HX(k) + L(k) \tag{15}$$

式中  $H = 1$ 。

假设过程噪声  $W(k)$  和观测噪声  $L(k)$  为零均值的白噪声序列,即对于所有的  $k, j$  有均值  $E(L(k)) = 0, E(W(k)) = 0$ ;自相关函数  $\gamma_{ww}(k, j) = R\delta_{kj}, \gamma_{ww}(k, j) = Q\delta_{kj}$ ;互相关函数  $\gamma_{wl}(k, j) = 0$ ;符号函数  $\delta_{k,j} = \begin{cases} 1 & (k=j) \\ 0 & (k \neq j) \end{cases}$ ;  $X(k)$  为  $n$  维的 IMU 输出,此处  $n = 1$ ;  $Y(k)$  为  $m$  维的观测向量,此处  $m = 1$ ;  $B$  为  $n \times s$  阶矩阵,此处  $s = 1$ ;  $C$  为  $m \times n$  阶矩阵。

### 4 车载试验与结果

以实验室研制的捷联 IMU 自标定加速度计组合的试验为例,验证本文方法的有效性。数据采集试验是将加速度计组合固定安装在某型号导弹上,按照四位置标定法(即  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$  和  $270^\circ$ )采集自标定组合工作输出信号,数据采样频率为 20 Hz。自标定加速度计组合如图 1 所示。

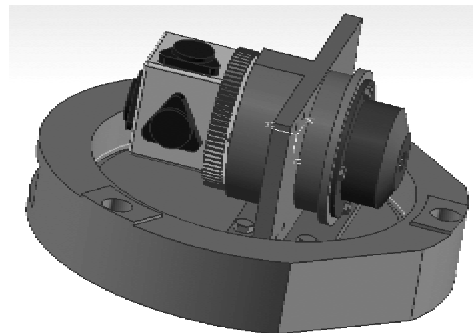


图 1 自标定加速度计组合

设置滤波周期为 0.05 s。状态变量  $X$  的初始值  $X(0)$  均取观测向量的中值,  $P(0)$  均取 1,  $R$  和  $Q$  的值取为 AR(1)模型的估计误差方差。取  $X$  向加速度计在  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$  和  $270^\circ$  位置的原始输出,分别利用 Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波、抗野值卡尔曼滤波和抗差卡尔曼滤波结果进行处理,处理结果对比如图 2~5 所示。其中图 3~5 原始数据分别受到了孤立型、离散型和斑点型野值的污染。

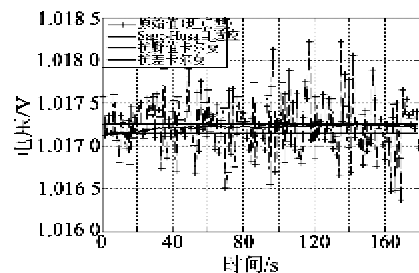


图 2  $0^\circ$ 位置原始值与各滤波结果对比

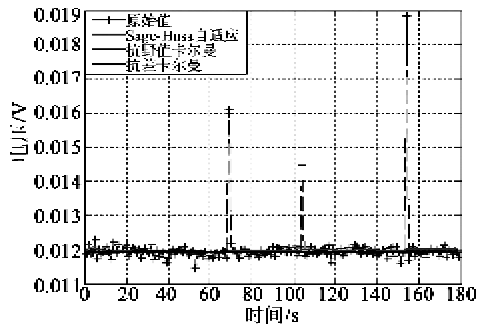


图 3 90°位置原始值与各滤波结果对比

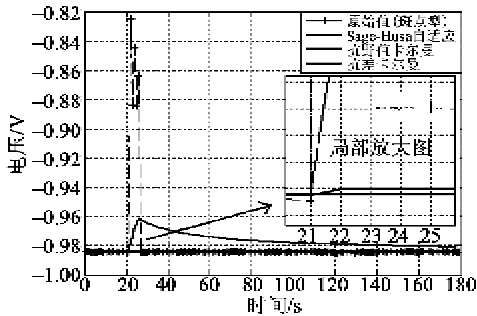


图 4 180°位置原始值与各滤波结果对比

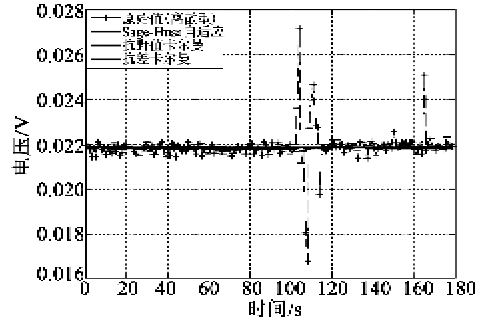


图 5 270°位置原始值与各滤波结果对比

由图 2~5 可看出,当原始数据出现野值时, Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波、抗野值卡尔曼滤波和抗差卡尔曼滤波均能抑制野值对滤波的不利影响, Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波收敛速度较慢,且对野值干扰较敏感。与抗野值卡尔曼滤波相比,抗差卡尔曼滤波鲁棒性更强,抗扰能力更突出。

表 1 为滤波处理结果对比。由表可看出,抗差卡尔曼滤波处理效果最理想,不仅能满足  $1 \times 10^{-5}$  的标准偏差设计要求,且滤波精度能提高至少 1 个数量级。

表 1 滤波处理结果对比

		位置 1	位置 2	位置 3	位置 4
原始数据输出/V	均值	1.017 245 1	$1.200\ 833\ 9 \times 10^{-2}$	-0.980 784 97	$2.186\ 666\ 2 \times 10^{-2}$
	标准差	$3.411\ 7850 \times 10^{-4}$	$6.424\ 818 \times 10^{-4}$	$2.083\ 208 \times 10^{-2}$	$7.810\ 734 \times 10^{-4}$
自适应滤波输出/V	均值	1.017 219 3	$1.1976\ 303 \times 10^{-2}$	-0.977 197 98	$2.180\ 623\ 9 \times 10^{-2}$
	标准差	$3.772\ 549 \times 10^{-5}$	$3.438\ 204 \times 10^{-5}$	$5.033\ 139 \times 10^{-3}$	$4.196\ 743 \times 10^{-5}$
抗野值滤波输出/V	均值	1.017 143 6	$1.1935\ 188 \times 10^{-2}$	-0.984 102 12	$2.183\ 683\ 3 \times 10^{-2}$
	标准差	$8.447\ 133 \times 10^{-6}$	$4.397\ 927 \times 10^{-6}$	$6.152\ 863 \times 10^{-5}$	$2.277\ 848 \times 10^{-5}$
抗差滤波输出/V	均值	1.017 253 9	$1.1935\ 193 \times 10^{-2}$	-0.984 231 38	$2.184\ 468\ 7 \times 10^{-2}$
	标准差	$5.221\ 469 \times 10^{-8}$	$6.778\ 086 \times 10^{-8}$	$7.188\ 518 \times 10^{-6}$	$1.148\ 693 \times 10^{-6}$

5 结束语

导弹武器射前 IMU 自标定因受各种环境干扰,造成了 IMU 输出数据的污染,通过 Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波、抗野值卡尔曼滤波和抗差卡尔曼滤波分别对受孤立型、斑点型和离散型野值污染的加速度计输出进行滤波处理,结果表明,本文所提方法抑制野值干扰的能力最强,鲁棒性好,精度高,且不必考虑野值的分布情况和出现的先验概率,适合导弹武器射前 IMU 自标定的测试数据的在线实时处理。

参考文献:

[1] 汪立新,徐军辉,刘洁瑜,等.捷联惯导系统射前自标定技术[M].西安:西北工业大学出版社,2010.  
 [2] 官晓琳,房建成.基于新息正交性的 Kalman 滤波抗野

值法在 POS 中的应用[J].航空学报,2009,30(12):2348-2353.  
 [3] 高宁,周跃庆,杨晔,等.抗野值自适应卡尔曼滤波方法的研究[J].中国惯性技术学报,2003,11(3):25-28.  
 [4] 卢迪,姚郁,贺风华.一种抗野值的 Kalman 滤波器[J].系统仿真学报,2004,16(5):1027-1029.  
 [5] 詹建平,黄席樾,沈志熙,等.基于均值漂移和卡尔曼滤波的目标跟踪方法[J].重庆理工大学学报:自然科学版,2010(3):80-84.  
 [6] 杨元喜.抗差估计理论及其应用[M].北京:八一出版社,1993.  
 [7] 程义军,孙海燕,程海斌.抗差卡尔曼滤波及其在动态水准网平差中的应用[J].测绘工程,2004,13(4):55-57.  
 [8] 汪秋婷.自适应抗差 UKF 在卫星组合导航中的理论与应用研究[D].武汉:华中科技大学,2010.  
 [9] 侯青剑,缪栋,彭云辉.卡尔曼滤波在激光陀螺信号处理中的应用[J].计算机测量与控制,2005,13(11):25-57.