

半球谐振陀螺仪线振动影响分析

王 琪,汪立新,刘雨时

(第二炮兵工程大学 304 教研室,陕西 西安 710025)

摘 要:在实际运用中,半球谐振陀螺仪受各种环境因素包括线振动的影响,而线振动可能会改变半球谐振子的工作状态。分析半球谐振陀螺仪在谐振子质量沿圆周角分布不均匀的情况下,线振动引起的惯性力对半球谐振子的工作状态的影响,并通过考察半球谐振子驻波进动角的变化来判断谐振子工作状态是否发生变化。结果表明,只有在线振动频率等于陀螺固有频率时,线振动才会对半球谐振陀螺仪谐振子的工作状态产生显著影响。

关键词:半球谐振陀螺仪;半球谐振子;线振动;进动角;F 检验

中图分类号:U666.1

文献标识码:A

Linear Libration Consequence Analysis of Hemispherical Resonator Gyro

WANG Qi, WANG Lixin, LIU Yushi

(304 Teaching and Research Section, The Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: In the practice of hemispherical resonator gyro, its operating state will be influenced by environment, especially by the linear libration. When the mass of hemispherical resonator is asymmetric along the angle of circumference, the effect of the inertia force causing by linear libration on the hemispherical resonator's operating state is analyzed, and the change of its operating state is judged via investigating the change of the precession angle. The deducing results indicate that only when the frequency of linear libration is equal to gyro's inherent frequency, will the linear libration influence the operating state of hemispherical resonator.

Key words: HRG; hemispherical resonator; linear libration; precession angle; F checking

0 引言

半球谐振陀螺仪(HRG)作为一种新型陀螺,它是利用半球壳唇缘的径向驻波进动效应来感测基座转动的一种振动陀螺。与经典的机械式陀螺相比,半球谐振陀螺仪具有精度高,功耗低,机械部件结构简单,对供电中断具有稳定性,启动时间短,工作温度范围宽,对离子辐射具有稳定性,对线性过载不敏感,寿命长等^[1]优点。由于制作工艺的限制,半球谐振陀螺仪的谐振子会存在质量沿圆周角分布不均匀的情况,在存在线振动的条件下,可能会对半球谐振子的工作状态造成影响。本文将分别分析横向线振动和纵向线振动引起的惯性力对半球谐振子驻波进动角的影响,从而判断线振动是否会对谐振子工作状态造成影响。

1 半球谐振子的驻波进动角分析

半球谐振陀螺仪的工作状态分为位置激励和参

数激励,其中位置激励原理较简单,在位置激励下半球谐振陀螺仪工作于力反馈模式,这时陀螺是作为一种速率陀螺来使用。本节研究与半球谐振子模型近似等效的环形谐振子模型,在平面上取笛卡尔坐标系,并设 $x=p(t)$, $y=q(t)$, 环形谐振子的二阶固有振型的自由端的振动动力学方程可表示^[2]为

$$\begin{cases} m_0 \ddot{p}(t) - 2\Omega_z b \dot{q}(t) + c_0 p(t) - b \dot{\Omega}_z q(t) = 0 \\ m_0 \ddot{q}(t) + 2\Omega_z b \dot{p}(t) + c_0 q(t) + b \dot{\Omega}_z p(t) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: m_0 、 c_0 和 b 分别为与谐振子本身特性有关的常数; Ω_z 为陀螺输入角速度。

如果式(1)是旋转的谐振子中被激励的驻波,那么平面上 x 、 y 的轨迹就是一个椭圆,如图 1 所示。由图可见,其主轴相对坐标系变换方位,并且这一椭圆的一个主轴与 Ox 轴的倾角等于 2θ , θ 为驻波波腹相对于谐振子的当前进动角。

收稿日期: 2014-03-05

基金项目: 总装探索研究基金资助项目(2010TC4303)

作者简介: 王琪(1991-),男,四川简阳人,硕士生,主要从事半球谐振陀螺仪原理分析与应用研究。

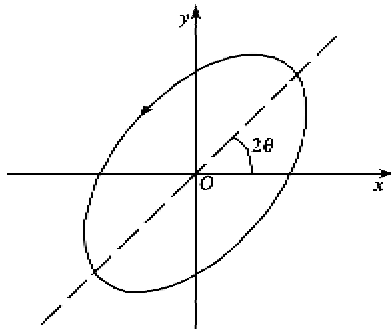


图1 李萨如图

在第 i 对电极位置激励条件下, 环形谐振子二阶振型中驻波的进动角为

$$\tan 2\theta = \frac{q(t)}{p(t)} \quad (2)$$

分析式(1)、(2)可知^[3]:

1) 当输入角速度为 0 时, 环形谐振子中驻波的方位固定, 并由位置激励电极的方位角决定。

2) 当输入角速度不为 0 时, 环形谐振子中驻波分两种情况: 当输入角速率较小时, 驻波的波腹距激励的方向滞后一角度, 这一角度由角速率值、固有频率和衰减决定; 当输入角速率较大时, 环形谐振子中驻波波腹的方位变化较复杂。

2 半球谐振子运动方程分析

半球谐振子唇缘处的环形模型可以近似等效为在自身的平面中完成振动运动的薄弹性环, 在第 i 对激励电极作用下环形模型的运动方程^[4]为

$$w'' - w + 4\Omega w' + A^2(w^{(6)} + 2w^{(4)} + w'') + A^2\xi(w^{(6)} + 2w^{(4)} + w'') = (p''_w - p'_v)/(\rho S) \quad (3)$$

式中: $A^2 = EI/(\rho SR^4)$, ρ 为环的材料密度, S 为环的横截面面积, I 为横截面相对弯曲轴的惯性矩, R 为未变形环的半径; $w(\varphi, t)$ 为自由时刻环的各点的法向位移; p_w 和 p_v 分别为外分布载荷在未变形环的法线和切线上的投影; ξ 为表征自由振动衰减时间的系数。在式(3)中的圆点表示对时间的导数, 上标斜线是对角 φ 的导数。

谐振子在作简谐振动时切向变形较小, 可认为在线性模型内 $p_v = 0$, 在输入角速度 $\Omega = 0$ 时, 考虑惯性力的影响, 使用布勃诺夫-加廖尔金法解式(3), 可得谐振子主振型的运动方程^[5]为

$$\begin{cases} \ddot{p} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{p} + \omega_0^2 p = \frac{1}{\rho_0 m} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{U}_1 \sin \theta d\theta d\varphi \\ \ddot{q} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{1}{\rho_0 m} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{U}_2 \sin \theta d\theta d\varphi \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{式中: } \mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} U \cos 2\varphi \\ V \sin 2\varphi \\ W \cos 2\varphi \end{bmatrix}; \mathbf{U}_2 = \begin{bmatrix} U \sin 2\varphi \\ -V \cos 2\varphi \\ W \sin 2\varphi \end{bmatrix}; m =$$

$\int_0^{2\pi} (U^2 + V^2 + W^2) \sin \theta d\theta$; U, V, W 为瑞利函数; Q 为品质因数; F 为惯性力。

3 线振动对半球谐振子工作状态影响分析

在陀螺壳体上定义如图 2 所示的两个坐标系——陀螺坐标系 $OXYZ$ 和壳体局部坐标系 Ot_1t_2n 。当有沿陀螺 X, Y 的横向线振动和沿 Z 轴的纵向线振动时, 由于半球谐振陀螺仪谐振子质量存在沿圆周角分布不均匀的情况, 线振动会在相应轴上产生惯性力, 从而可能影响谐振子的工作状态。

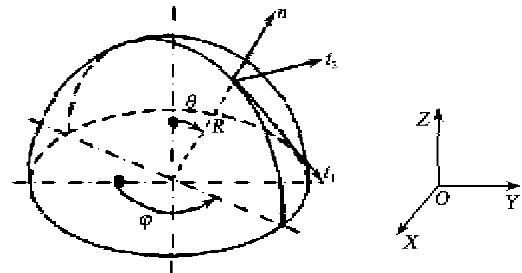


图2 半球谐振子的球形坐标

3.1 纵向线振动影响分析

设沿陀螺输入轴 OZ 轴的纵向加速度的振幅为 z_0 , 频率为 λ , 则谐振子沿 Z 轴的运动方程为

$$z = z_0 \cos \lambda t \quad (5)$$

谐振子质量分布的不均匀性表示^[7-8]为

$$\rho = \rho_0 [1 + \epsilon_1 \cos(\varphi - \varphi_1) + \epsilon_2 \cos 2(\varphi - \varphi_2) + \epsilon_3 \cos 3(\varphi - \varphi_3)] \quad (6)$$

式中: ρ_0 为谐振子的质量; $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 为偏差角; $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ 为偏差系数。

振动引起的惯性力 F_z 将指向 OZ 方向表示为

$$F_z = \rho z_0 \lambda^2 \cos \lambda t k \quad (7)$$

将 F_z 转换到壳体局部坐标系 t_1, t_2, n 上, 可得

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_{t_1} \\ F_{t_2} \\ F_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Z \sin \theta \\ 0 \\ Z \cos \theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

将 F 代入式(4), 对右边积分可得

$$\begin{cases} \ddot{p} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{p} + \omega_0^2 p = \epsilon_2 z_0 \pi \lambda^2 \frac{\alpha}{m} \cos 2\varphi_2 \cos \lambda t \\ \ddot{q} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{q} + \omega_0^2 q = \epsilon_2 z_0 \pi \lambda^2 \frac{\alpha}{m} \sin 2\varphi_2 \cos \lambda t \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可求出驻波进动角为

$$\tan(2\theta) = \frac{q(t)}{p(t)} = \begin{cases} 2\varphi_2 & \lambda = \omega_0 \\ 0 & \lambda \neq \omega_0 \end{cases} \quad (10)$$

由式(10)可看出,当存在纵向线振动时,只有振动频率等于半球谐振陀螺仪固有频率时,谐振子驻波进动角为 2 倍偏差角,此时驻波波形保持在偏差的二次谐波的方位上。这时,纵向振动的作用等价于沿二次谐波的偏差轴的某个位置激励作用。

3.2 横向线振动影响分析

在存在横向线振动时,谐振子运动方程为

$$\begin{cases} x = x_0 \cos \lambda t \\ y = y_0 \cos \lambda t \end{cases} \quad (11)$$

则作用在谐振子上的惯性力为

$$\begin{cases} F_x = \rho x_0 \lambda^2 \cos \lambda t i \\ F_y = \rho y_0 \lambda^2 \cos \lambda t j \end{cases} \quad (12)$$

将惯性力 F_x 、 F_y 转换到壳体局部坐标系 t_1 、 t_2 、 n 上,可得

$$F'_x = \begin{bmatrix} F_x \cos \varphi \cos \theta \\ -F_x \sin \varphi \\ F_x \cos \varphi \sin \theta \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$F'_y = \begin{bmatrix} F_y \sin \varphi \cos \theta \\ -F_y \cos \varphi \\ F_y \sin \varphi \sin \theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

则陀螺谐振子所受总惯性力 $F = F'_x + F'_y$, 将 F 代入式(4)可得,当横向线振动频率等于半球谐振陀螺仪固有频率时,驻波进动角由角 φ_1 和 φ_2 , 以及 x 、 y 方向的振幅值共同确定,即横向振动将驻波保持在质量偏差的三次和一次谐波上。

4 实验分析

限于实验室条件,无法直接观测到半球谐振陀螺仪谐振子工作状态的变化,但由于谐振子工作状态的变化会影响陀螺的输出,本文将分析加速度对陀螺输出的影响,从而间接验证推导结果正确与否。为了检验加速度对陀螺输出的影响,利用统计学中的 F 检验方法来检验半球谐振陀螺仪受加速度的影响。

以横向线振动影响为例,检验不同频率线振动下半球谐振陀螺仪输出变化情况。试验共进行 6 组,线振动台按规定振动量级的正弦波和规定的频率来激励 HRG,分别对应线振动台最高加速度分别为 1 g、2 g、3 g、4 g、5 g、6 g ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$),数据采集频率为 0.1 Hz,数据采集时间为 200 s。取 1 g,

2 g、3 g、4 g、5 g 和 6 g 下线振动下半球谐振陀螺仪输出电压信号分别与 $Y_i (i=1, 2, \dots, 6)$ 对应,则因素 C 具有 $r=6$ 个水平,设每个水平 Y_i 近似满足正态分布 $N(u_i, \sigma^2)$ 。在 r 个母体上假设 $H_0: u_1 = u_2 = \dots = u_r$ 。为了减小振动台启动和停止对半球谐振陀螺仪试验数据的影响,截去试验头尾数据,选取中间 1 000 个按时序排列的半球谐振陀螺仪输出电压信号作为子样进行分析,部分试验数据如表 1 所示(样本数均为 1 000),用单因素方差分析法得出 F 分布,如表 2 所示。

表 1 不同频率线振动试验数据

条件	子样均值	子样方差	子样分布
Y_1	-0.001 135 2	$4.844\ 84 \times 10^{-5}$	近似正态分布
Y_2	-0.001 142 2	$5.155\ 74 \times 10^{-5}$	近似正态分布
Y_3	-0.001 141 5	$7.981\ 56 \times 10^{-5}$	近似正态分布
Y_4	-0.001 199 0	8.274×10^{-5}	近似正态分布
Y_5	-0.001 153 0	$1.287\ 9 \times 10^{-4}$	近似正态分布
Y_6	-0.001 211 0	$1.263\ 99 \times 10^{-4}$	近似正态分布

表 2 不同频率线振动试验数据 F 值计算结果

来源	离差平方和	自由度	均方离差/ 10^{-6}	F 值
组间	$5.438\ 07 \times 10^{-6}$	5	1.087 61	
组内	0.517 232 22	5 994	0.862 92	0.012 6
总和	0.517 237 658	5 999		

由 F 分布的上侧分位数表可得当 $\alpha=0.01$ 时, $F_{0.01}(r-1, n-r) = 3.02$, $F < F_{0.01}(r-1, n-r)$, 故认为不同频率线振动对半球谐振陀螺仪输出影响不显著。

5 结论

1) 在半球谐振子质量分布不均匀的情况下,只有当线振动频率等于半球谐振陀螺仪谐振子固有频率时,才会对半球谐振子工作状态造成显著影响,从而造成陀螺输出误差。

2) 为了减少线振动对半球谐振陀螺仪的影响,半球谐振陀螺仪谐振子的固有频率应设计得足够大。当实际应用环境的线振动频率远小于半球谐振陀螺仪谐振子的固有频率时,可忽略线振动对半球谐振陀螺仪的影响。

参考文献:

- [1] 李成. 半球谐振陀螺仪稳定平台数字控制系统研究[D]. 西安:第二炮兵工程大学,2013.

(下转第 954 页)