

# 基于 PI 迟滞模型的压电陶瓷复合控制算法研究

吴伊玲<sup>1,2</sup>, 刘廷霞<sup>1</sup>, 张振东<sup>1</sup>, 陈健<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033; 2. 中国科学院大学 研究生院, 北京 100039)

**摘要:**为减小压电陶瓷的迟滞非线性对系统跟踪精度的影响, 该文采用经典的存在逆解析的 PI 迟滞模型对压电陶瓷的迟滞特性进行建模, 将 PI 模型的逆模型用于压电陶瓷的前馈控制算法中, 然后设计了神经元比例、积分、微分(PID)反馈控制算法, 将前馈控制算法与神经元 PID 反馈控制算法结合得到了压电陶瓷的复合控制算法。将仅含前馈的控制算法和复合控制算法在压电陶瓷的控制器上执行, 实验结果表明, 仅含前馈的控制算法的跟踪误差为  $1.256 \mu\text{m}$ , 而复合控制算法的跟踪误差仅为  $0.092 \mu\text{m}$ , 该复合控制算法使跟踪精度提高了  $1.164 \mu\text{m}$ 。

**关键词:**压电陶瓷; 迟滞非线性; PI 逆模型; 前馈控制; 神经元 PID 控制; 复合控制

**中图分类号:** TN304.9 **文献标识码:** A

## Research on Compound Control Arithmetic of Piezoelectric Ceramic Based on PI Model

WU Yiling<sup>1,2</sup>, LIU Tingxia<sup>1</sup>, ZHANG Zhendong<sup>1</sup>, CHEN Jian<sup>1</sup>

(1. Changchun Institute of Optics Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China; 2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** In order to reduce the effect of hysteresis nonlinearity of piezoelectric ceramic on the tracking accuracy of the system, the classical PI hysteresis model which can be analyzed inversely is adopted to build the model of the piezoelectric ceramic in this paper. The PI hysteresis inverse model is used in the feed-forward control algorithm and the Neural PID feed-back control algorithm is designed. The feed-forward control algorithm is combined with the Neural PID feed-back control algorithm and then the compound control algorithm is attained. Let the feed-forward Control algorithm and the compound control algorithm run on the controller and experiment proves that the tracking error of the feed-forward control algorithm is  $1.256 \mu\text{m}$  and the tracking error of the compound control algorithm is  $0.092 \mu\text{m}$ . The tracking accuracy has an improvement of  $1.164 \mu\text{m}$  by the compound control algorithm.

**Key words:** piezoelectric ceramic; hysteresis nonlinearity; PI hysteresis inverse model; feed-forward control; neural PID control; compound control

### 0 引言

压电陶瓷驱动器以其响应快、具有纳米级的分辨率等特点在微纳米定位系统中得到广泛应用。但压电陶瓷的迟滞非线性严重影响了其在微纳米定位系统中的精度, 限制了压电陶瓷的进一步应用<sup>[1]</sup>。

针对迟滞特性, 国内、外学者提出诸多建模和控制的方法, 迟滞模型以 Preisach 模型为代表, 但是 Preisach 模型存在双重积分、计算复杂等问题<sup>[2]</sup>。压电陶瓷的迟滞非线性的控制方案主要有开环控制和闭环控制, 但是开环控制的精度高度依赖于所建立的模型的精度, 因此, 采用位移反馈实现闭环控制

是减小压电陶瓷迟滞非线性, 获得高跟踪精度的有效途径。

考虑上述方法的特点与不足, 本文提出采用由 Preisach 模型发展而来的结构简单、解析形式易得的 PI 模型对压电陶瓷进行建模, 对其求逆后用于压电陶瓷的前馈控制, 再结合神经元 PID 反馈控制算法, 补偿迟滞非线性带来的跟踪误差。

### 1 基于 PI 模型的迟滞建模及参数辨识

迟滞特性表现为压电陶瓷的输入电压与输出位移之间的非线性关系。压电陶瓷在某一时刻的输出位移不仅由该时刻输入电压决定, 还与历史输入电

收稿日期: 2015-03-14

基金项目: 吉林省重大科技攻关专项基金资助项目(20126015)

作者简介: 吴伊玲(1993-), 女, 湖北潜江人, 硕士生, 主要从事伺服控制的研究。E-mail: wuyiling1993@163.com。刘廷霞(1973-), 女, 吉林抚松人, 研究员, 主要从事光电经纬仪的精密控制及其算法的研究。E-mail: liutingxia2001@sohu.com。

压的极值有关。PI 模型可以精确描述复杂迟滞现象,对压电陶瓷的精密控制有重要意义。

1.1 PI 模型

PI 模型把迟滞非线性看成是一系列基本 Play 算子线性加权叠加而成的。Play 算子的输入信号  $x$  和输出信号  $y$  之间的关系如图 1 所示<sup>[9]</sup>。

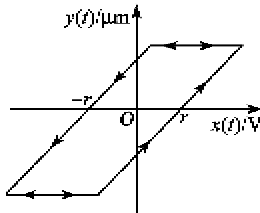


图 1 Play 算子

Play 算子的数学表达式为

$$y(t) = F(x(t), y(t_{i-1}), r) = \max\{x(t) - r, \min\{x(t) + r, y(t_{i-1})\}\} \quad (1)$$

式中:  $t \in [t_0, t_m], t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_{i-1} \leq t \leq t_i \leq \dots \leq t_{m-1} \leq t_m; x(t)$  为分段单调输入信号。初始条件为  $y(t_0) = F(x(t_0), 0, r) =$

$$\max\{x(t_0) - r, \min\{x(t_0) + r, 0\}\} \quad (2)$$

式中  $r$  为 Play 算子的阈值。

对于多个不同阈值的 Play 算子进行线性加权叠加,可得到迟滞模型输出公式为

$$x(t) = \sum_{j=1}^n w_j F_j(x(t), y_j(t_{i-1}), r_j) = \sum_{j=1}^n w_j \max\{x(t) - r_j, \min\{x(t) + r_j, y_j(t_{i-1})\}\} \quad (3)$$

式中:  $w_j$  和  $r_j$  为 Play 算子的权值与阈值,且满足  $0 = r_1 < \dots < r_n < +\infty; n$  为 Play 算子的个数。

1.2 PI 模型的参数辨识

当输入信号为一个初值为 0,单调递增到最大值的信号时,输入与输出的关系曲线即为初始载入曲线  $\varphi(r_j)$ ,如图 2 所示。该初始载入曲线能完全表示 PI 模型的迟滞特性<sup>[4]</sup>。

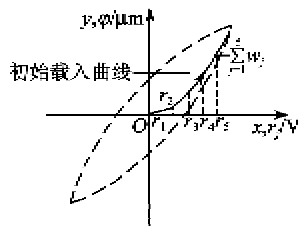


图 2 初始载入曲线图

初始载入曲线可由一个分段线性函数表示:

$$\varphi(r) = \sum_{j=1}^i w_j (r - r_j) \quad r_i \leq r < r_{i+1} \quad (4)$$

式中  $i=1, \dots, n$ , 且  $r_{n+1} = +\infty$ 。

由上分析,可由下式来确定  $r_j$  的值:

$$r_j = \frac{j-1}{n} \max\{|x(t)|\} \quad (5)$$

初载曲线在每经过一个阈值后斜率会发生改变,可以根据在每个区间内初载曲线的斜率值估计出相应的  $w_j$  值,估计公式如下:

$$\frac{d\varphi(r)}{dr} = \sum_{j=1}^i w_j \quad i=1, 2, \dots, n \quad (6)$$

由此可辨识出压电陶瓷 PI 迟滞模型的两个重要参数:阈值  $r_j$  和权值  $w_j$ 。对压电陶瓷驱动器输入如图 3 所示的三角波,可得到如图 4 中实线所示的实验输出位移。取 Play 算子中  $n=10$ ,辨识出的 PI 迟滞模型的参数如表 1 所示。PI 迟滞模型的输出位移如图 4 中虚线所示。实验迟滞曲线和 PI 迟滞模型得出的迟滞曲线如图 5 所示。

表 1 PI 迟滞模型相关参数值

$i$	阈值 $r_i/V$	权值 $w_i$	$i$	阈值 $r_i/V$	权值 $w_i$
1	0	0.281 4	6	50	0.003 3
2	10	0.153 5	7	60	0.063 2
3	20	0.123 0	8	70	0.037 0
4	30	0.020 2	9	80	0.026 1
5	40	0.063 8	10	90	0.003 4

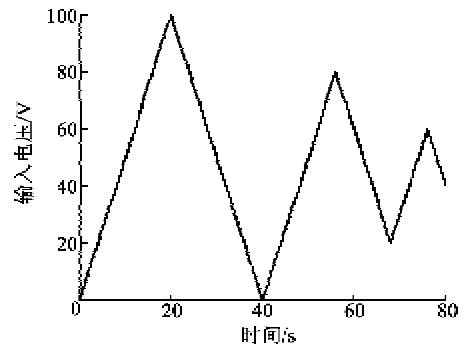


图 3 压电陶瓷输入电压

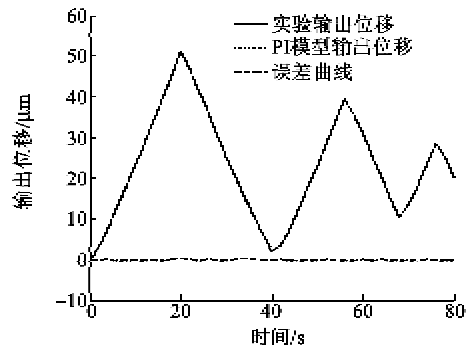


图 4 实验输出位移及 PI 模型输出位移

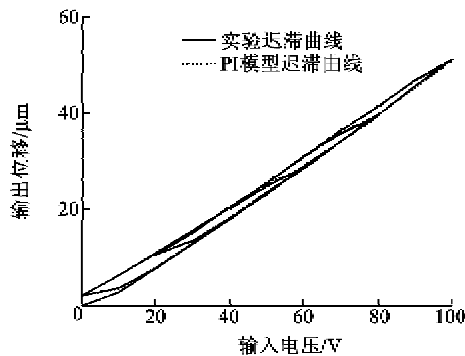


图5 实验迟滞曲线及PI模型迟滞曲线

由以上计算可得,PI模型输出位移相对于实验输出位移的最大误差为 0.854 μm,平均误差为 0.587 μm,PI模型对迟滞曲线的拟合效果很好。

### 2 基于PI模型迟滞补偿控制算法的设计

针对压电陶瓷的迟滞特性,本设计采用了前馈控制结合神经元PID控制的复合控制方法,控制系统方块图如图6所示。前馈控制是一种建立在预测基础上的控制方式,它在偏差出现前就能快速采取控制措施;在前馈控制的基础上增加神经元PID控制,能有效改善压电工作台迟滞模型建模误差和参数扰动等不确定因素对跟踪精度的影响。

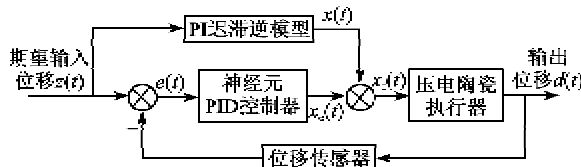


图6 控制系统方块图

#### 2.1 PI迟滞逆模型前馈控制算法设计

构建逆模型是前馈控制算法的关键环节,逆模型的准确性将决定控制系统的性能。在第1节中已求得压电陶瓷的PI迟滞模型,而迟滞曲线的逆还是迟滞曲线,因此PI逆模型可表示为

$$x(t) = \sum_{j=1}^n w_j F_j(z(t), y_j^*(t_{i-1}), r_j^*) = \sum_{j=1}^n w_j \max\{z(t) - r_j^*, \min\{x(t) + r_j^*, y_j^*(t_{i-1})\}\} \quad (7)$$

其中:

$$w_j = \frac{1}{w_1} w_j = \frac{w_j}{(w_1 + \sum_{i=2}^j w_i)(w_1 + \sum_{i=2}^{j-1} w_i)} \quad j = 2, \dots, n \quad (8)$$

$$r_j^* = \sum_{i=1}^j w_i (r_i - r_i) \quad j = 1, \dots, n \quad (9)$$

$$y_j^*(t_0) = \sum_{i=1}^j w_i y_i^*(t_0) + \sum_{i=j+1}^n w_i y_i^*(t_0) \quad j = 1, \dots, n \quad (10)$$

由此可

得到PI逆模型的相关参数,如表2所示。

表2 PI迟滞逆模型相关参数值

j	阈值 $r_j^*/\mu\text{m}$	权值 $w_j^*$	j	阈值 $r_j^*/\mu\text{m}$	权值 $w_j^*$
1	0	3.553 7	6	6.710 4	-0.001 1
2	0.026 8	-1.254 3	7	9.103 8	-0.014 0
3	0.100 0	-0.293 8	8	12.572 0	-0.005 5
4	0.301 9	-0.020 3	9	16.620 2	-0.002 7
5	0.591 6	-0.035 7	10	22.378 7	-0.000 3

#### 2.2 神经元PID反馈控制算法的设计

常规的PID控制算法包括一个比例环节、一个积分环节和一个微分环节,其公式为

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (11)$$

对其离散化后可得增量式的PID控制算法为

$$\Delta u(k) = K_p [e(k) - e(k-1)] + K_i e(k) + K_d [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \quad (12)$$

在非线性系统中,PID控制算法有相关参数难于整定的问题,而神经元PID控制算法具有自学习和自适应能力强,以及相关参数能自动获得的优点,因此,本设计针对压电陶瓷的迟滞非线性采用了该算法。

神经元是一多输入、单输出的非线性处理元件。神经元突触可根据系统特性,与其他神经元连接,还可以反映外界环境信息或自身的的信息,连接强度可由权值来调整。本神经元PID控制算法的方框图如图7所示。

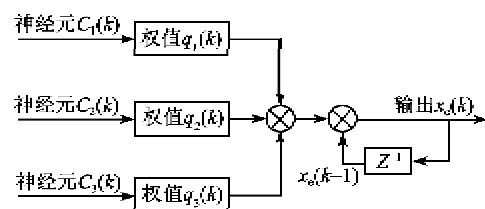


图7 神经元PID控制算法方框图

本设计中采用了3个神经元,这3个神经元输入与式(12)中增量式PID控制算法中的3个输入相同,那么神经元PID控制算法的输出<sup>[5]</sup>为

$$\begin{aligned}
 x_e(k) = & x_e(k-1) + \sum_{i=1}^3 q_i(k)c_i(k) = \\
 & x_e(k-1) + q_1(k)e(k) + q_2(k) \cdot \\
 & [e(k) - e(k-1)] + q_3(k)[e(k) - \\
 & 2e(k-1) + e(k-2)] \quad (13)
 \end{aligned}$$

式中:  $e(k)$  为系统期望输出与实际输出之间的偏差; 权值  $q_1(k), q_2(k), q_3(k)$  可通过设计神经元学习算法得到, 学习算法的基本思路是使被控对象的期望输出和实际输出之差沿整个系统误差函数的相应于  $q_i(k)$  的负梯度方向来调整权系数, 使之快速趋于 0, 由此可得

$$q_i(k+1) = q_i(k) - \eta_i e(k) \frac{\partial e(k)}{\partial q_i(k)} \quad (14)$$

$$\frac{\partial e(k)}{\partial q_i(k)} = - \frac{d(k) - d(k-1)}{x_f(k) - x_f(k-1)} c_i(k) \quad (15)$$

式中  $\eta_i$  为学习速率。最后对  $q_i(k)$  进行归一化处理。

### 3 实验结果与分析

为了验证本复合控制算法的跟踪性能和对迟滞的补偿效果, 建立了一套压电陶瓷微位移实验系统进行研究。实验中, 控制器采用 TI 公司的 TMS320F28335, 数模及模数转换分别为 16 位的 AD5689R 和 ADS8568, 压电陶瓷执行平台是德国 PI 公司的 P-841.40, 此平台内部安装的是电阻应变片式传感器。

将仅含前馈的控制算法和复合控制算法分别在压电陶瓷的控制器上实现, 前馈算法中 PI 逆模型参数见表 2。神经元 PID 反馈控制算法中神经元权值初值分别赋为  $q_1(0) = 1, q_2(0) = 8, q_3(0) = 0.6$ ; 学习速率设定为  $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 0.5$ 。

将仅含前馈的控制算法和复合控制算法分别载入到主控芯片中, 让其对如图 8 所示的三角波期望轨迹进行跟踪实验。

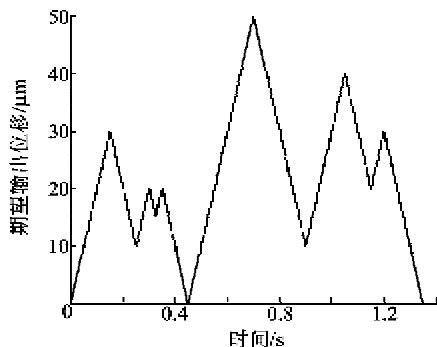


图 8 期望输出位移

实验结果如图 9、10 所示, 仅含前馈的控制算法跟踪三角波的平均误差为  $0.245 \mu\text{m}$ , 最大误差为  $1.256 \mu\text{m}$ ; 复合控制算法的平均误差为  $0.0261 \mu\text{m}$ , 最大误差为  $0.092 \mu\text{m}$ 。实验结果表明, 采用该复合控制算法能将跟踪精度提高  $1.164 \mu\text{m}$ 。本复合控制算法结合了 PI 逆模型前馈控制和神经元 PID 反馈控制的优点, 使控制系统的定位精度、自适应性及反应速度都有了大幅度的提升。

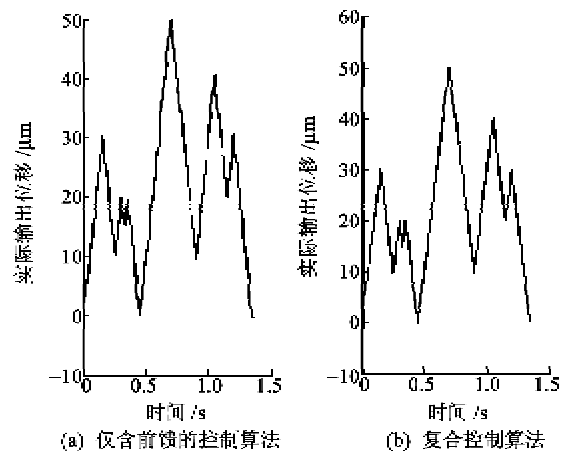


图 9 实际输出位移

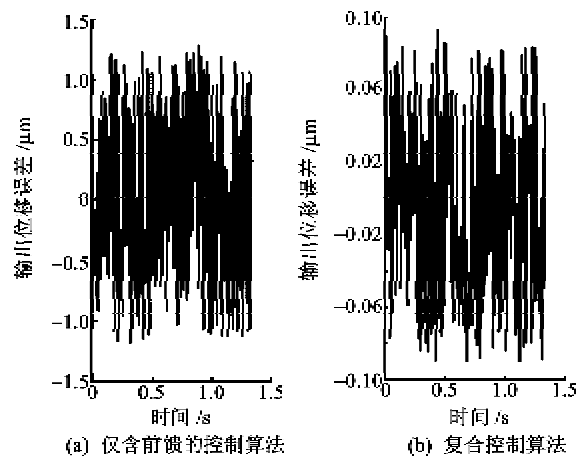


图 10 输出位移误差

### 4 结束语

针对压电陶瓷的迟滞非线性, 本文提出了带 PI 逆模型前馈的神经元 PID 复合控制算法。实验结果表明, 对压电陶瓷使用该复合控制算法后, 跟踪精度提高了  $1.164 \mu\text{m}$ 。带 PI 逆模型的前馈神经元 PID 复合控制算法对压电陶瓷具有较好的控制效果, 减小了压电陶瓷迟滞特性引起的跟踪误差, 对压电陶瓷的深入应用具有重要意义。

(下转第 956 页)