

文章编号:1004-2474(2015)06-0969-04

白噪声激励下双稳态压电发电系统的响应分析

孙舒¹, 曹树谦^{2,3}

(1. 华北理工大学 理学院, 河北 唐山 063009; 2. 天津大学 机械工程学院, 天津 300072;
3. 天津市非线性动力学与混沌控制重点实验室, 天津 300072)

摘要:研究了白噪声激励下双稳态压电发电系统的响应特性。首先利用蒙特-卡罗法模拟高斯白噪声;然后利用数值模拟和实验的方法分别分析了噪声强度、负载阻抗和初始值对系统响应特性的影响。得到了噪声强度的增加会减少双稳态系统两个稳定平衡点之间的跳跃时间。通过给出大幅运动的吸引域说明初始值会影响系统的运动状态,从而影响到输出功率,当电阻为 19.1 k Ω 时,输出功率最大。

关键词:双稳态压电悬臂梁;白噪声激励;大幅运动;混沌运动

中图分类号:TN384;O322;O324;O482.41 **文献标识码:**A

The Response Analysis of Bistable Piezoelectric Power Generation System under White Noise Excitation

SUN Shu¹, CAO Shuqian^{2,3}

(1 College of Science, Hebei United University, Tangshan 063009, China; 2. School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 3. Tianjin Key Lab. of Nonlinear Dynamics and Chaos Control, Tianjin 300072, China)

Abstract: The response characteristics of bistable piezoelectric power generation system under white noise excitation are studied. Firstly, Gaussian white noise is simulated by monte-carlo method. Then, the effect of noise intensity, load impedance and initial value on the system response under random excitation is studied numerically and experimentally. The results show that the time interval of the jump between two equilibrium points is reduced as the noise intensity increasing. The initial value and impedance will influence motion of the system, being proved by drawing the attraction domain of large amplitude motion. At the load impedance about 19.1 k Ω , the output power has a maximum.

Key words: bistable piezoelectric cantilever beam; white noise excitation; large-amplitude motion; chaos

0 引言

随着能源需求的增长与能源短缺之间的矛盾日益显著,人们开始寻找新的能源,如太阳能、风能、潮汐能、地热能等等。近年来,利用环境振动能量采集为微电子设备、手机、无线网络、嵌入式设备等低功耗的设备供电越来越受到关注^[1]。环境振动广泛存在于人或车辆的运动、机器运转或环境噪声中,压电发电装置利用压电材料的正压电效应可将环境振动能转化为电能,并且压电发电装置结构简单,成本低,易于实现集成化。传统的压电发电系统多是线性系统,具有单一的固有频率,只有当激励频率和系统的固有频率接近时,才会具有较高的发电效率^[2]。而双稳态压电发电系统利用系统中的非线性力可以实现大幅宽频运动,从而提高发电效率。Erturk等^[3-4]通过实验和数值计算分析了双稳态压电悬臂

梁在简谐激励下的响应与输出特性。Stanton等^[5]通过对双稳态压电发电悬臂梁进行建模、数值计算和实验研究,得到叉形分岔的对称破缺、多吸引子共存、混沌、大幅运动等现象;孙舒等^[6]在建立非线性磁力模型的基础上,建立了双稳态压电悬臂梁的集中参数模型,并对其进行了数值分析和实验研究,发现双稳态系统在低宽频下能产生大幅运动,分析了激励参数和永久磁铁之间的距离对系统运动的影响规律,接着,又利用增量谐波平衡法对双稳态压电发电系统的发电性能进行了研究^[7]。他们均详细的研究了简谐激励下双稳态压电悬臂梁的响应和输出特性,但在大多数情况下,环境振动是非周期的、随机的、宽频激励,研究双稳态压电发电系统在随机激励下的响应更符合实际情况,能更有效地指导双稳态压电发电装置的设计。本文主要分析白噪声激励下

收稿日期:2015-03-17

基金项目:华北理工大学博士启动基金资助项目

作者简介:孙舒(1986-),女,河南人,讲师,博士,主要从事压电结构动力学与控制的研究。

影响双稳态压电发电系统输出效率的因素,从而能为双稳态压电发电系统的优化提供依据。

1 高斯白噪声激励下双稳态压电发电系统的动力学模型

双稳态压电发电系统由根部粘有压电片的悬臂梁及电量收集部分组成,如图1所示。通过加入磁力来实现双稳态,其中将一块永久磁铁A固定在悬臂梁自由端,且磁铁A处于水平位置时其中心到梁根部的距离为*l*,将另一块磁铁B固定在距离梁自由端的*d*处,电量收集部分简化为负载阻抗。当*d*足够大时,两磁铁之间没有作用力,此时系统为线性系统;当*d*缩小到一定程度时,梁具有3个平衡点,其中有2个稳定的平衡点和1个不稳定的平衡点,表现出双稳态现象。

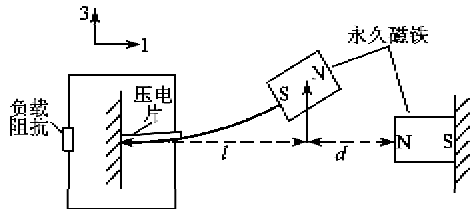


图1 双稳态压电悬臂梁发电系统模型

参照文献[6]中简谐激励下的双稳态压电悬臂梁的动力学模型,随机激励下的动力学模型的无量纲形式可写为

$$\ddot{u}_1 + 2\zeta\dot{u}_1 - \tilde{a}u_1 + \tilde{b}u_1^3 - \tilde{\gamma}u_2 = \xi_k \quad (1)$$

$$\dot{u}_2 + \tilde{\mu}u_2 + \tilde{\vartheta}u_1 = 0 \quad (2)$$

式中: u_1 和 u_2 分别为无量纲位移和电压; $\zeta, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{\gamma}, \tilde{\mu}$ 和 $\tilde{\vartheta}$ 分别为无量纲系数; ξ_k 为高斯白噪声。

2 数值模拟

取参数值 $\zeta=0.01, \tilde{a}=0.5, \tilde{b}=0.5, \tilde{\gamma}=0.05, \tilde{\mu}=0.5$,研究白噪声激励下噪声强度、负载阻抗、初始值对系统响应的影响。

首先考虑高斯白噪声的数字模拟。通常采用蒙特-卡罗法对噪声进行数值模拟,数字模拟的白噪声只能是具有截止频率的限带白噪声,但只要在此系统带宽宽得多的频带上具有平坦的谱密度,就可将其当作理想的白噪声。一种简单而有效的模拟高斯白噪声过程的方法由独立的单位正态随机序列 ξ_k 表示:

$$\xi_k = \sqrt{D/\Delta t} \cdot \text{randn}(1, N) \quad (3)$$

式中: D 为噪声强度; Δt 为时间间隔; $\text{randn}(1, N)$

为*N*个符合正态分布的随机数。图2为模拟的高斯白噪声信号。

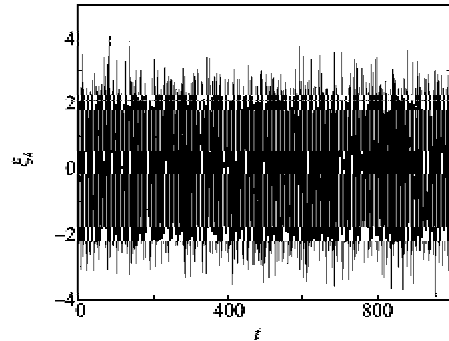


图2 高斯白噪声

2.1 噪声强度对响应信号的影响

取 $\tilde{\mu}=0.1$,初始值为(0.4,0,0)。图3~6分别给出了 $D=0.1, 0.5, 0.6$ 和 1.0 时的系统的位移时域图、相图。当噪声强度较小时,系统得不到足够的能量,故在一个平衡点之间做随机运动(见图3);增大噪声强度,出现了在两个平衡点之间的跳跃现象(见图4(a)),系统开始在上平衡点做小幅运动,在某一时刻突然跳到下平衡点,并在下平衡点周围做小幅运动;随着噪声强度的增大,在两个平衡点之间的跳跃时间间隔缩小,最终表现为两个平衡点之间做大幅运动(见图5(a)和图6(a))。若从输出功率看,系统的输出功率可用公式 $P = \tilde{\mu} \cdot u_2^2$ 求得。图7为平均功率随噪声强度变化的曲线。由图7可看出,随着噪声强度的增大,输出功率也在不断增加。

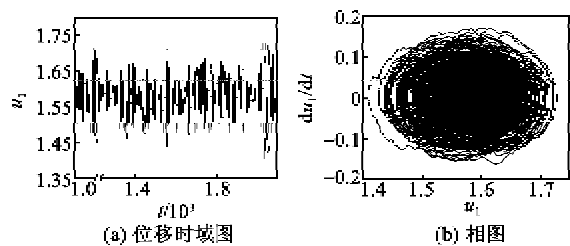


图3 $D=0.1$ 时的位移时域图和相图

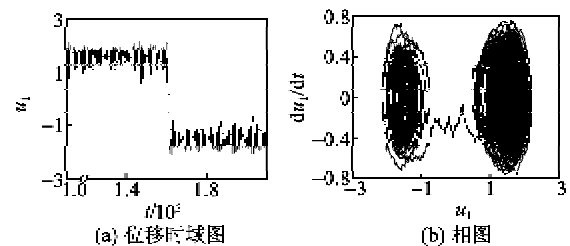


图4 $D=0.5$ 时的位移时域图和相图

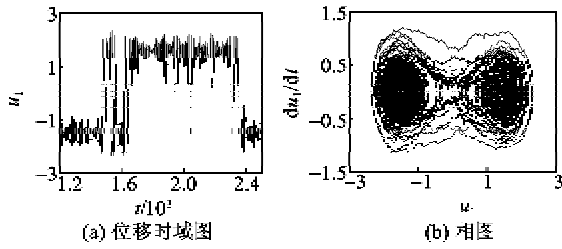


图 5 $D=0.6$ 时的位移时域图和相图

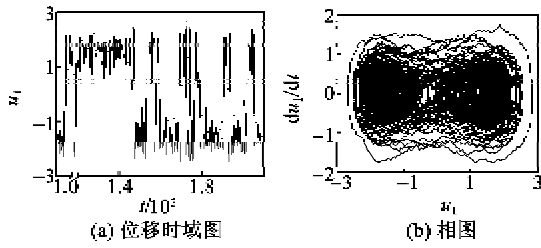


图 6 $D=1$ 时的位移时域图和相图

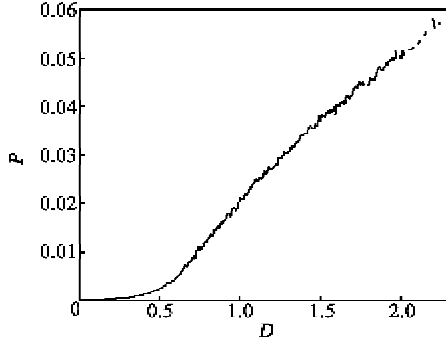


图 7 平均功率随噪声强度的变化曲线

2.2 负载阻抗对系统输出效率的影响

取 $D=0.6$, 初始值为 $(0.4, 0, 0)$ 。图 8 为不同 $\tilde{\mu}$ 下瞬时功率图。由图可看出, 当 $\tilde{\mu}=0.5$ 时, 系统的瞬时功率分布较密集, 且值较大。图 9 为平均输出功率随 $\tilde{\mu}$ 变化的曲线。

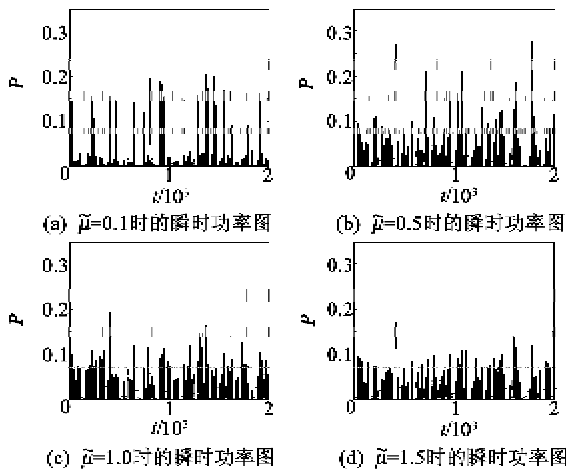


图 8 不同 $\tilde{\mu}$ 下的瞬时功率图

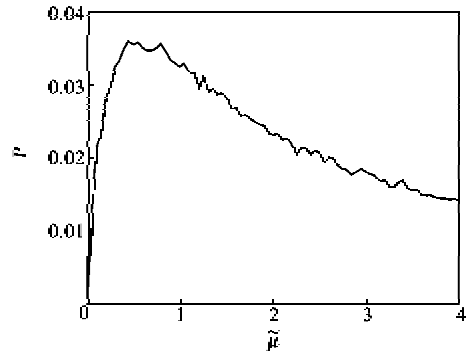


图 9 不同 $\tilde{\mu}$ 下的平均功率图

由图 9 可见, 在 $\tilde{\mu}=0.5$ 附近平均输出功率最大。这与简谐激励下相似, 随机激励下同样存在一个匹配阻抗使得输出功率最大, 故在设计装置时可通过选择匹配电阻来提高系统的输出效率。

2.3 初始值对双稳态压电发电系统的影响

在随机激励下, 初始值同样会影响系统的运动状态。对于不同的初始值, 系统既可能做大幅运动, 也可能做小幅运动。那么对双稳态压电发电系统设计时, 就可以利用这个特点, 使得系统运动能被吸引到大幅运动上, 图 10 为双稳态系统的大幅运动吸引域, 其中黑色部分代表大幅运动, 白色代表小幅运动。由图可看出, 随着 $\tilde{\mu}$ 的增加, 大幅吸引区域先增加后减小, 这和上文得到的系统存在匹配阻抗的结论相符。既然在不同的初始值下, 系统既可以被吸引到大幅运动区域, 又可被吸引到小幅运动区域, 那么就可设计控制电路, 通过施加脉冲激励使得系统运动被吸引到大幅运动区域, 从而提高发电效率。

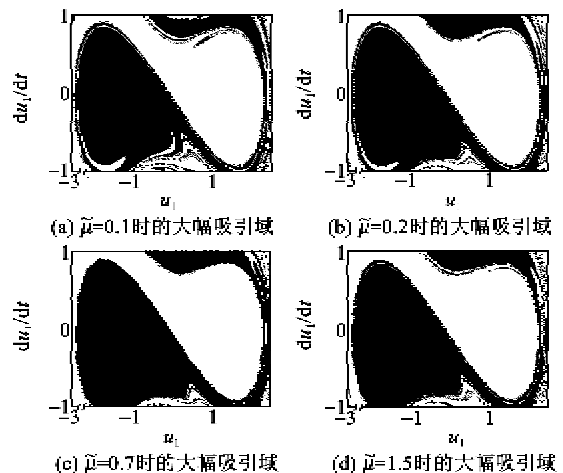


图 10 不同 $\tilde{\mu}$ 下的大幅吸引域

3 实验研究

双稳态压电发电系统实验装置如图 11 所示。将双稳态压电悬臂梁装置固定在激振台上,加速度传感器贴在压电悬臂梁自由端,然后利用激振控制器控制激励信号的输出及大小,用数据采集器采集实验数据。

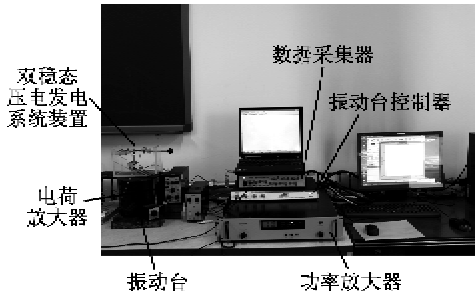


图 11 实验原理图

测量激励强度在 $0.01 \sim 0.09 \text{ G}^2/\text{Hz}$ 之间变化时的响应特性。当激励强度较小时,双稳态压电悬臂梁在一个平衡点附近运动,如图 12(a) 所示。随着激励强度的增大,双稳态压电悬臂梁开始在上、下两平衡点之间作不规则运动,如图 13(a) 所示。

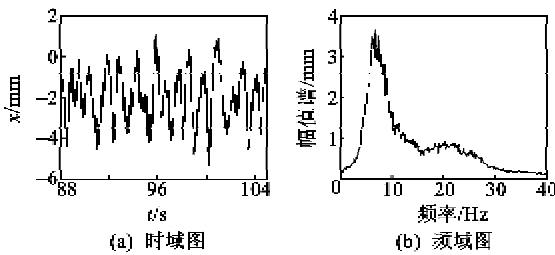


图 12 激励强度为 $0.02 \text{ G}^2/\text{Hz}$ 时的时域图、频域图

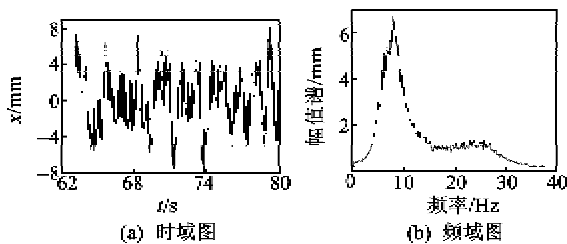


图 13 激励强度为 $0.08 \text{ G}^2/\text{Hz}$ 时的时域图、频域图

由图 12(b)和图 13(b)可看出,系统在低频下具有很宽的频率响应范围。如果从电压角度来看(见图 14),随着激励强度的增加,系统的输出电压也越来越高。选取激励强度为 $0.06 \text{ G}^2/\text{Hz}$,图 15 为阻抗改变时的平均功率曲线。由图可看出,在电阻为 $19.1 \text{ k}\Omega$ 时,输出功率为最大值,这与简谐激励相似,在随机激励下同样存在匹配阻抗使得系统的输

出功率最大,这与数值计算的结论相吻合。

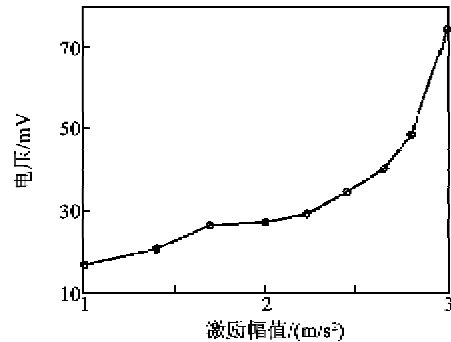


图 14 不同激励强度下的平均电压曲线

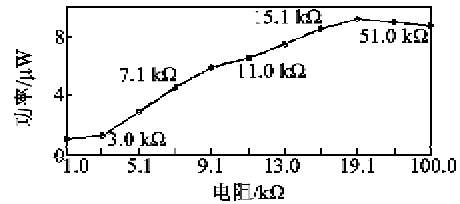


图 15 不同阻抗下的平均功率曲线

4 结论

本文研究了双稳态压电发电系统在随机激励下的响应,利用蒙特卡罗方法模拟了高斯白噪声激励,研究了白噪声激励下噪声强度,负载阻抗,初始值对系统响应的影响,具体结论如下:

1) 随着噪声强度的增加,使得双稳态压电发电系统具有足够的能量时,系统就会跨过势垒在两势阱之间做大幅混沌运动;并且发现噪声强度的增加会减少双稳态系统两个稳定平衡点之间的跳跃时间,提高系统的输出功率。

2) 与简谐激励下双稳态压电发电系统的响应相似,随机激励下系统也存在匹配阻抗使得输出功率最大。

3) 混沌运动对初始值具有很强的敏感性,对于不同的初始值,系统既可被吸引到大幅运动区域,也可被吸引到小幅运动区域,因此可通过设计控制电路吸引系统运动到大幅运动区域,从而提高发电效率;同时通过给出不同 $\tilde{\mu}$ 时系统的吸引域,证明了第二条结论。

4) 通过实验研究了随机激励下激励强度和负载阻抗对系统输出响应的影响。得到系统在低频下有很宽的响应频带。激励强度越大,系统的输出电压越大。与简谐激励相似,存在匹配阻抗使得系统的输出功率最大。

(下转第 977 页)