

# 压电驱动式疲劳试验系统动态特性分析

田晓超<sup>1,2</sup>, 杨志刚<sup>2</sup>, 李庆华<sup>1</sup>, 贺春山<sup>1</sup>, 张雁<sup>1</sup>, 蔡云光<sup>1</sup>

(1. 长春大学机械与车辆工程学院, 吉林 长春 130022; 2. 吉林大学机械科学与工程学院, 吉林 长春 130025)

**摘要:**针对压电驱动式疲劳试验系统动态特性分析问题, 根据振动力学理论, 建立了压电疲劳试验系统的动力学模型, 得出了系统固有频率和动载荷表达式, 并通过 Matlab 仿真, 分析了压电振子的刚度对系统固有频率和动载荷影响关系。最后进行了实验测试, 测试结果表明, 实验所得数据与理论分析在误差允许范围内吻合较好, 验证了理论分析的正确性。为压电驱动式疲劳试验系统谐振频率跟踪与工作载荷精度控制提供了理论依据, 同时也对压电驱动式疲劳试验系统的动态性能进行预测, 具有一定的工程应用价值。

**关键词:**压电驱动; 压电振子; 共振; 疲劳试验机; 动力学分析

**中图分类号:** TN384; TH871.3 **文献标识码:** A

## Analysis of Dynamic Characteristics of Piezo-driven Fatigue Testing Machines

TIAN Xiaochao<sup>1</sup>, YANG Zhigang<sup>2</sup>, LI Qinghua<sup>1</sup>, HE Chunshan<sup>1</sup>, ZHANG Yan<sup>1</sup>, CAI Yunguang<sup>1</sup>

(1. Institute of Mechanical and Vehicle Engineering, Changchun University, Changchun 130022, China;

2. Institute of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China)

**Abstract:** Aiming at the problem for the analysis of the dynamic characteristics of piezo-driven fatigue testing machine, a kinetic model of the piezoelectric fatigue test system was established based on the vibration mechanics theory. The natural frequencies and the dynamic load expression was obtained. The effects of the stiffness of the piezoelectric vibration natural frequency and the dynamic loads were analyzed through the matlab simulation. Finally, the experimental test was carried out and the results showed that the obtained experimental data and theoretical analysis were agreed well within the error range, and the validity of the theoretical analysis was verified. The study provided a theoretical basis for tracking the piezoelectric driven system resonance frequency and controlling the work load precision, and the dynamic performance of the piezoelectric-driven fatigue test systems was predicted, thus has a certain value in engineering.

**Key words:** piezoelectric drive; piezoelectric vibrator; resonance; fatigue testing machine; kinetics analysis

### 0 引言

压电驱动式疲劳试验机构是以压电元件为驱动力源的一种新型疲劳检测装置, 主要用于受力小、工作频率高及仿生器件的金属与非金属构件的拉压、扭转、点蚀等疲劳性能试验与检测, 在机械、电子、航空、航天、冶金等领域具重要的实用价值。该机构具有加载精度高, 受力小, 频率高及响应速度快等优点<sup>[1-2]</sup>。压电疲劳试验系统的核心部件压电振子是由压电陶瓷片与弹性金属板粘接而成, 为系统提供激振力。试件的疲劳试验与检测一般是在驱动力源激励系统共振条件下进行的。压电振子提供的激励直接影响着系统的稳定性、实验数据的可靠性与加载精度, 而这种压电振子属于刚性驱动器, 不同刚度的压电振子激

励系统工作状态也是多样的, 因此研究压电振子的刚度对系统动态特性的影响非常重要。

目前, 国内外关于压电式疲劳试验系统动态特性研究较少, 但振动系统的动态特性相关研究较多; 任中全等<sup>[3]</sup>采用状态变量研究振动系统的动态特性, 无需对非线性因素进行近似处理; 赵又群等<sup>[4]</sup>提出将模态叠加法和矩阵摄动法相结合应用于非线性转子系统的动态特性; 王汝贵等<sup>[5]</sup>应用有限单元法建立了系统机电耦合非线性动态方程; 利用多尺度法对系统的超谐共振问题进行了分析, 得到了机器手机电耦合系统超谐共振的一次近似解; 徐永智等<sup>[6]</sup>利用混沌理论对轴承进行动态分析; 万浩川等<sup>[7]</sup>将改进后的复规范形法引入振动系统三自由度

收稿日期: 2016-01-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51277088); 吉林省科技发展计划基金资助项目(20140101078JC); 长春大学国家级科研基金资助项目(2016JBB01L02)

作者简介: 田晓超(1986-), 男, 黑龙江省肇东人, 讲师, 博士, 主要从事压电驱动与控制技术的研究。通信作者: 杨志刚(1956-), 男, 吉林省长春人, 教授, 博士生导师, 主要从事压电驱动与控制技术的研究。

耦合非线性振动系统中,介绍了规范形法在振动系统的计算方法。本文以压电驱动式疲劳试验系统为研究对象,建立系统的三自由度模型,通过理论分析、数值仿真和实验验证来分析系统动态特性问题。

## 1 系统设计与工作原理

图1为压电驱动式疲劳试验系统结构。由外部支撑单元、载荷预制单元、激振单元和检测单元组成。外部支撑单元包括导柱、基座和橡胶底脚;载荷预制单元包括加载手轮、顶梁和移动加载座;激振单元包括圆环形压电振子、连接环、传振杆、上下板弹簧、砝码和加载头;检测单元包括载荷传感器、试件和移动定位夹块。

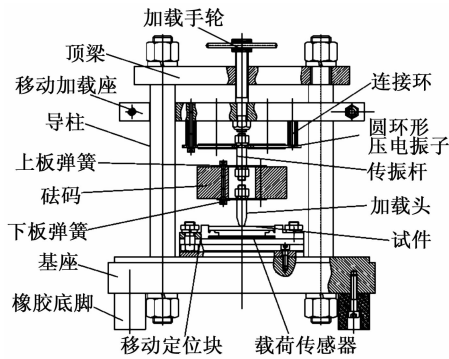


图1 压电疲劳试验系统结构图

将试件安装在移动定位夹块上,旋转加载手轮,借助顶梁的螺纹连接,使移动加载座上下滑动,形成对试件的最初静载荷加载,以使在振动过程中加载头与试件始终保持接触状态。该机构的整体可视为一个振动系统,当圆环形压电振子在交变电压作用下产生弯曲变形,且驱动频率与系统固有频率接近或一致时,系统处于共振状态,由板弹簧和砝码组成的弹性加载器在惯性力下反复作用在试件上,使试件在高频率、交变载荷和往复循环下进行疲劳试验,并由载荷传感器对试件的静/动载荷进行数据采集。

## 2 振动系统状态分析

### 2.1 系统动力学模型

该系统可看成三自由度质体作简谐受迫振动,物理模型如图2所示。图中, $F$ 为压电振子提供的激振力, $m_1$ 等效为载荷预制单元质量, $m_2$ 等效为激振单元质量, $m_3$ 等效为基座质量、移动定位块质量和载荷传感器质量, $k_0$ 为圆环形压电振子的等效刚度, $k_1$ 为

$$\begin{bmatrix} -m_1\omega^2 + k_0 + k_3 & 0 & -k_3 \\ -k_0 & -m_2\omega^2 + k & -k \\ -k_3 & -k & -m_3\omega^2 + k + k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

求解式(5)可得

圆形板弹簧刚度, $k_2$ 为测试试件刚度, $k_3$ 为两边导柱刚度, $k_4$ 为橡胶底脚刚度, $x_0, x_1, x_2, x_3$ 分别为圆环形压电振子、等效质量 $m_1, m_2, m_3$ 的振动振幅。

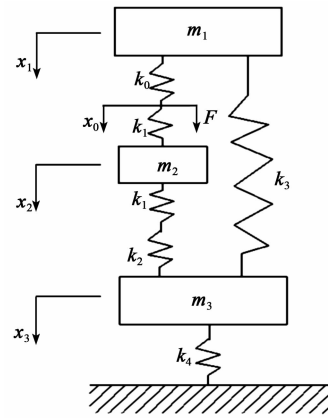


图2 系统物理模型

弹性加载器下板弹簧和试件串联,则 $m_2$ 与 $m_3$ 之间的总刚度 $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ ,  $F = k_0 x_0 = F \sin \omega t$  ( $\omega$ 为圆频率)为圆环形压电振子提供的激励力。为突出主要部件因素和简化分析,忽略系统的阻尼。

建立振动系统的微分方程为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + k_0(x_1 - x_0) + k_3(x_1 - x_3) = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + k(x_2 - x_3) - k_1(x_0 - x_2) = 0 \\ m_3 \ddot{x}_3 + k_4 x_3 - k(x_2 - x_3) - k_3(x_1 - x_3) = 0 \\ k_0(x_1 - x_0) + F - k_1(x_0 - x_2) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

因橡胶底脚相对于系统弹性部件刚度较小,可忽略,即 $k_4 \approx 0$ ,式(1)可写为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (k_0 + k_3)x_1 - k_3 x_3 = F \\ m_2 \ddot{x}_2 - k_0 x_1 + k x_2 - k x_3 = 0 \\ m_3 \ddot{x}_3 - k x_2 - k_3 x_1 + (k + k_3 + k_4)x_3 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

用矩阵等效表示式(2)为

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_0 + k_3 & 0 & -k_3 \\ -k_0 & k & -k \\ -k_3 & -k & k + k_3 + k_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

因压电振子提供简谐,令

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \sin \omega t \quad (4)$$

将式(4)代入式(3)可得

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{cases} X_1 = \frac{m_2 m_3 \omega^4 F_0 - (k_3 m_2 + k m_2 + k m_3) \omega^2 F_0 + k k_3 F_0 + \frac{k k_0 k_3 (m_2 \omega^2 + k - F_0)}{(-m_1 \omega^2 + k_0 + k_3)}}{D} \\ X_2 = \frac{(-m_3 \omega^2 + k + k_3) k_0 F_0 + \frac{k k_0^2 k_3 (m_2 \omega^2 - k + F_0) - k^2 k_0 F_0 (-m_1 \omega^2 + k_0 + k_3)}{(-m_1 \omega^2 + k_0 + k_3)(m_2 \omega^2 + k)} + k^2 k_0 + k k_3 F_0}{D} \\ X_3 = \frac{-k_0 k_3 m_2 \omega^2 + k k_0 k_3 - (k_3 m_2 \omega^2 + k k_3) F_0}{D} \end{cases} \quad (6)$$

式中  $D =$

$$\begin{bmatrix} -m_1 \omega^2 + k_0 + k_3 & 0 & -k_3 \\ -k_0 & -m_2 \omega^2 + k & -k \\ -k_3 & -k & -m_3 \omega^2 + k + k_3 \end{bmatrix}.$$

弹性加载器  $m_2$  的振幅  $X_2$  等于下板弹簧振幅和试件振幅的总和。经计算,试件的振幅为

$$X'_2 = \frac{k_1^2}{k_1^2 - k_2^2} X_2 \quad (7)$$

系统共振时施加在试件上的最大动载荷为

$$F_{\text{dynamic}} = k_2 X'_2 = \frac{k_2 k_1^2}{k_1^2 - k_2^2} \cdot X_2 \quad (8)$$

可见,压电疲劳试验系统振动时是一个各个构件相互耦合的过程。从式(7)、(8)可知,系统产生的动载荷与  $k_0$  有关。

将式(5)的系数行列式等于0,即

$$D = 0 \quad (9)$$

则系统固有频率为

$$\begin{aligned} D = & m_1 m_2 m_3 \omega^6 - (k m_1 m_3 + k_0 m_2 m_3 + \\ & k_3 m_2 m_3 + k m_1 m_2 + k_3 m_1 m_2) \omega^4 - \\ & [(k - k^2 - k k_3) m_1 - (k_0 k_3 + k k_3 + k k_0) \cdot \\ & m_2 - (k k_0 + k k_3) m_3] \omega^2 - k(k_0 + k_3) \cdot \\ & (k - 1) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

## 2.2 $k_0$ 对系统特性影响

### 2.2.1 $k_0$ 对 $\omega$ 影响

由式(10)可知,  $k_0$  对  $\omega$  有较大影响,利用 Matlab 软件进行仿真分析<sup>[8]</sup>,取  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$  的等效质量为 2.3 kg、1.5 kg 和 5 kg,  $k_1 = 2.4 \times 10^7$  N/m,  $k_2 = 3.0 \times 10^6$  N/m,  $k_3 = 4.5 \times 10^8$  N/m,仿真结果如图 3 所示。

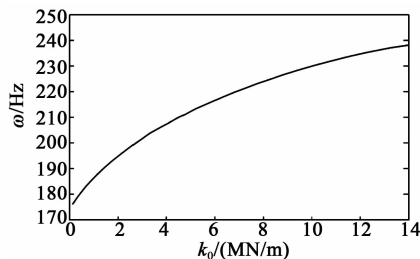


图3  $k_0$  与  $\omega$  关系曲线

由图3可看出,系统的  $\omega$  与  $k_0$  有关,系统  $\omega$  随

$k_0$  增大而增大,因此,可改变  $k_0$  来调节系统的  $\omega$ 。

### 2.2.2 $k_0$ 对系统动载荷影响

分析  $k_0$  对系统动载荷的影响关系,仿真结果曲线如图4所示。

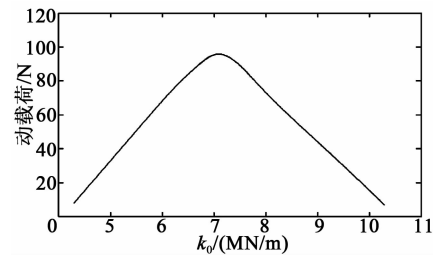


图4  $k_0$  与系统动载荷关系曲线

由图4可看出,系统的动载荷受  $k_0$  影响较大,动载荷随  $k_0$  先增大,当在某个刚度值时,动载荷达到最大值,超过这个刚度值时,动载荷逐渐减小,因此,压电振子的刚度过大或过小都不合适,有一个最佳刚度值使动载荷达到最大值。这是因为刚度过小,驱动力不能有效的输出,刚度过大,弯曲变形将受到限制,也不利于驱动力的输出。

## 3 动态特性实验与结果分析

### 3.1 实验平台与测试方法

图5为测试系统固有频率的装置。将装置连接到阻抗分析仪上,更换5个不同刚度的压电振子作为驱动源,通过有限元计算得5种压电振子的刚度,然后分别记录不同刚度压电振子下系统的固有频率。

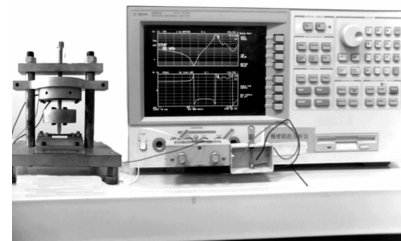


图5 系统固有频率测试实物图

图6为测试系统动载荷的装置。实验装置包括压电疲劳试验机构、驱动电源、功率放大器、信号转换器、直流电源和显示器等,将测试试件装夹在移动

定位夹块上,旋转加载手轮对试件初期施加静载荷,锁紧加载座,向压电振子施加交变电压信号,使样机发生在共振状态下,弹性加载器反复作用在试件上产生交变载荷,用检测装置实时跟踪试件上的最大动载荷。然后更换不同刚度的压电振子,重复以上操作,测得在不同刚度压电振子驱动下系统的动载荷。

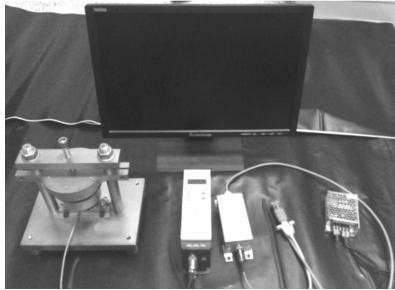


图6 动载荷测试实物图

### 3.2 实验结果分析

该实验中采用5种不同刚度的压电振子作为驱动力源进行实验,系统的固有频率与动载荷的实验数据与理论仿真数据如表1、2所示。对比结果如图7、8所示。

表1 系统固有频率实验值与理论值

编号	$k_0/(MN/m)$	$\omega/Hz$		
		实验	理论	误差/%
1	2.2	191.6	195.3	1.93
2	4.8	209.5	211.4	0.90
3	8.5	219.6	224.2	2.09
4	10.4	225.4	231.1	2.52
5	13.2	228.7	235.2	2.84

表2 试件动载荷实验值与理论值

编号	$k_0/(MN/m)$	最大动载荷/N		
		实验	理论	误差/%
1	2.2	38.7	40.1	3.61
2	4.8	76.6	80.8	5.48
3	8.5	60.2	62.7	4.15
4	10.4	37.8	40.1	6.08
5	13.2	11.6	10.8	-6.89

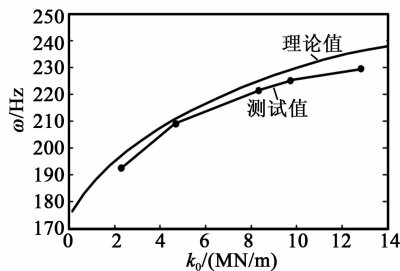


图7 实验值与理论值对比图

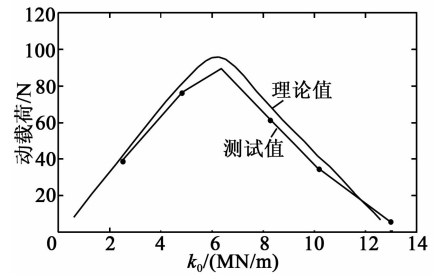


图8 实验值与理论值对比图

由图7、8可看出,实验与理论曲线存在一定的误差,主要原因是实际样机振动系统存在阻尼,系统不是完全线性的,与简化模型参数存在一定的误差;样机在加工和装配时也会存在误差,与理论分析理想模型也存在一定的误差。但实验数据与理论分析数据变化趋势基本保持一致,验证了理论分析的正确性,可满足压电疲劳试验系统动态性能的预测要求。

### 4 结束语

为研究压电驱动式疲劳试验系统的动态特性,建立了系统的动力学模型,并通过仿真得到了压电振子的刚度对系统的固有频率和动载荷的影响关系。试制了样机并进行了仪器测试,测试结果与理论分析吻合地较好,证明了理论分析的正确性。通过调整机构的参数,可预测压电疲劳试验系统在不同情况下的动态特性,为压电驱动式疲劳试验机构进一步优化与控制系统的的设计奠定了基础。

### 参考文献:

[1] PAVEL M C, MITROVIC M, GREGORY P C, et al. Durability properties of piezoelectric stack actuators under combined electromechanical loading[J]. J Appl Phys, 2006,100:124111.

[2] WANG Hong, ANDREW A W, LIN H T. Fatigue response of a PZT multilayer actuator under high-field electric cycling with mechanical preload [J]. J Appl Phys, 2009, 105:014112.

[3] 任中全,郭世伟,何万库. 振动系统的时域仿真分析研究[J]. 计算机仿真, 2002, 25(1): 25-28.  
REN Zhongquan, GUO Shiwei, HE Wanku. The study of vibration system's simulation and analysis in time domain and frequency domain[J]. Compute Simulation, 2002, 25(1): 25-28.

[4] 赵又群,柴山,曲庆文. 非线性转子系统动态特性分析的模态——摄动方法[J]. 机械工程学报, 2002, 38(1): 39-41.