

倒圆角三角型两轴柔性支撑设计

桑志昕^{1,2}, 伞晓刚², 高世杰², 王晶², 王涛^{1,2}, 倪迎雪^{1,2}

(1. 中国科学院大学 机械工程, 北京 100039; 2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

摘要:为提高压电陶瓷驱动的快速反射镜的回转精度,对倒圆角三角型柔性支撑进行研究。首先利用卡氏第二定理推导出倒圆角三角型柔性铰链柔度和回转精度理论计算公式;然后建立倒圆角三角型柔性铰链和两轴柔性支撑的有限元模型,并进行仿真分析得出柔度和回转精度的仿真值。将仿真值与理论值进行比较,其结果表明,最大误差在8%以内,验证了所推导公式的准确性。对比直圆型柔性支撑,在保证柔度的前提下,倒圆角三角型柔性支撑的回转精度提高了40%,具有重要的工程实用价值。

关键词:压电陶瓷;快速反射镜;倒圆角三角型柔性支撑;柔度;解析法;有限元分析

中图分类号:TN384;TH122 **文献标识码:**A

Design of Fillet Triangle Two-axis Flexure Support

SANG Zhixin^{1,2}, SAN Xiaogang², GAO Shijie², WANG Jing², WANG Tao^{1,2}, NI Yingxue^{1,2}

(1. Mechanical Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China;

2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

Abstract: To improve the rotation accuracy of fast steering mirror(FSM) which is driven by PZT, the fillet triangle flexible support is investigated in this paper. First, the flexibility equations and rotation accuracy equations of the fillet triangle flexure hinge are deduced on the basis of the Castigliano's second theorem. After that, the finite element models of a fillet triangle flexure hinge and a fillet triangle two-axis flexure support are established to analyze the simulation results. The simulation values of the flexibility and rotation accuracy are obtained. Comparing simulation results with analytical solutions, we can conclude that the maximum error is less than 8%, which verifies the accuracy of the equations. The rotation accuracy of the fillet triangle two-axis flexure support has increased 40% compared with the circular flexure support under the premise in flexibility. The study has significant values for industrial applications.

Key words: PZT; fast steering mirror(FSM); fillet triangle flexure hinge; flexibility; analytical method; finite element method

0 引言

压电陶瓷驱动的快速反射镜(FSM)具有高带宽、响应速度快等优点。柔性铰链因其零摩擦、零间隙、无需润滑、结构紧凑及无迟滞等优点^[1-3],被广泛应用于高精度、高带宽的场合,如快速反射镜系统、激光快速控制反射系统、导弹轨道控制系统及微位移调整装置等领域^[4-5]。1965年,Paros和Weisbord根据欧拉-伯努利梁理论推导出直圆型柔性铰链各柔度的近似解^[6];T. King等分别对直圆、椭圆和倒角型的柔性铰链进行有限元仿真分析,得出直圆型柔性铰链具有精度高的特点^[7];Nicolae Lobo-

nitu等对三角型柔性铰链进行研究,其具有较高的转动能力^[8-10]。本文为了满足压电陶瓷驱动的快速反射镜对高带宽和高精度的要求,设计了一种混合柔性支撑,即倒圆角三角型柔性支撑。本文首先通过理论推导,得出了倒圆角三角型柔性铰链的转动柔度、回转精度和最大应力的理论计算公式,然后建立倒圆角三角型柔性铰链和两轴柔性支撑的有限元模型并进行仿真分析,通过对两种方法所得结果的比较验证了理论推导公式的正确性。同时,通过与直圆型柔性支撑的回转精度进行对比,倒圆角三角型柔性支撑具有更高的回转精度。

收稿日期:2016-07-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11403064)

作者简介:桑志昕(1992-),男,山东寿光人,硕士生,主要从事光机系统结构设计及快速反射镜系统的研究。E-mail:sangzhongni@qq.cn。
通信作者:王晶(1966-),女,吉林九台人,研究员,博士生导师,主要从事光电成像与测量技术的研究。E-mail:wangjing@ciomp.ac.cn。

1 倒圆角三角型柔性铰链的性能分析

图1为倒圆角三角型柔性铰链三维模型,偏转中心在 x 轴上。图1(b)是由两对倒圆角三角型柔性铰链组合而成的两轴柔性支撑,偏转中心在 z 轴上。柔性支撑 x 、 y 轴上分别对称安装一对压电陶瓷驱动器,实现对柔性平台的控制。

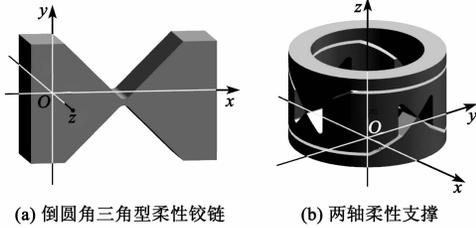


图1 倒圆角三角型柔性铰链及其二轴支撑模型

$$h(x) = \begin{cases} -2x + t + 2a & x \in [0, a + (\frac{\sqrt{2}}{2} - 1)R] \\ -2\sqrt{R^2 - [x - a + (1 - \sqrt{2})R]^2} + t + 2R & x \in [a + (\frac{\sqrt{2}}{2} - 1)R, a + (\frac{3\sqrt{2}}{2} - 1)R] \\ 2x + [(4 - 4\sqrt{2})R - 2a + t] & x \in [a + (\frac{3\sqrt{2}}{2} - 1)R, 2a + (2\sqrt{2} - 2)R] \end{cases}$$

然后,利用卡式第二定理推导出铰链工作方向的转动柔度 $C_{\theta-M_z}$:

$$C_{\theta-M_z} = \frac{12}{Eb} \left\{ \left[-\frac{1}{(2a+t)^2} + \frac{1}{[(2-\sqrt{2})R+t]^2} \right] + \frac{2R}{t^{\frac{5}{2}}(4R+t)^{\frac{5}{2}}} \times \left\{ \frac{\sqrt{t}\sqrt{4R+t}}{(2R^2+4Rt+t^2)^2} \cdot [24(1+\sqrt{2})R^5 + (88+92\sqrt{2})R^4t + (70+92\sqrt{2})R^3t^2 + (24+42\sqrt{2})R^2t^3 + (3+10\sqrt{2})Rt^4 + \sqrt{2}t^5] + 6R(2R+t) \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{t}\sqrt{4R+t}}\right) + \arctan\left(\frac{2R+t}{\sqrt{t}\sqrt{4R+t}}\right) \right] \right\} \right\} \quad (2)$$

式中 E 为弹性模量。

1.2 倒圆角三角型柔性铰链的回转精度

通过卡式第二定理计算出中心点处的拉压柔度 $C_{y-F_{y2}}$,即柔性铰链的回转精度 C_j :

$$C_j = \frac{12}{Eb} \left\{ \frac{1}{4} \left\{ -\frac{2(a+L)+t}{(2a+t)^2} + \frac{-2a+2L+4R-2\sqrt{2}R+t}{[(2-\sqrt{2})R+t]^2} \right\} + \frac{R}{2t^{\frac{5}{2}}(4R+t)^{\frac{5}{2}}} \times \left\{ \frac{\sqrt{t}\sqrt{4R+t}}{(2R^2+4Rt+t^2)^2} \cdot \{R(4R+t)^2[4R^3+14R^2t-2(-5+\sqrt{2})Rt^2+t^3] + L[24(1+\sqrt{2})R^5 + (88+92\sqrt{2})R^4t + (70+92\sqrt{2})R^3t^2 + (24+42\sqrt{2})R^2t^3 + (3+10\sqrt{2})Rt^4 + \sqrt{2}t^5]\} + 6LR(2R+t) \cdot \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{t}\sqrt{4R+t}}\right) + \arctan\left(\frac{2R+t}{\sqrt{t}\sqrt{4R+t}}\right) \right] \right\} \right\} \quad (3)$$

其中,

$$L = 2[a + (\sqrt{2} - 1)R] \quad (4)$$

1.3 倒圆角三角型柔性铰链的最大应力

倒圆角三角型柔性铰链最大应力:

$$\sigma_{y\max} = k \cdot \frac{M_z}{W_z} = \frac{kM_z}{t^2b/6} = \frac{6kM_z}{t^2b} \quad (5)$$

倒圆角三角型柔性铰链的结构参数分别是宽度 b 、最小厚度 t 、切割深度 a 、长度 L 、直圆半径 R 、张角 α 定为 90° ,如图2所示。

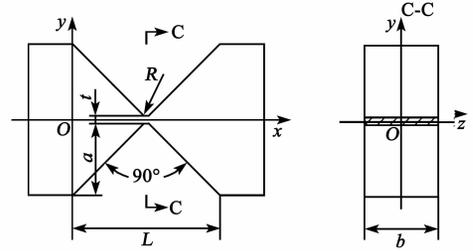


图2 倒圆角三角型柔性铰链参数示意图

1.1 倒圆角三角型柔性铰链工作方向的柔度

首先列出柔性铰链厚度 $h(x)$ 的表达式:

$$x \in [0, a + (\frac{\sqrt{2}}{2} - 1)R] \quad (1)$$

$$x \in [a + (\frac{\sqrt{2}}{2} - 1)R, a + (\frac{3\sqrt{2}}{2} - 1)R]$$

$$x \in [a + (\frac{3\sqrt{2}}{2} - 1)R, 2a + (2\sqrt{2} - 2)R]$$

式中: k 为应力集中系数^[11]; M_z 为所受绕 z 轴的弯矩; W_z 为矩形截面抗弯截面模量。

$$k = \frac{R + 0.253t}{R + 0.097t} \quad (6)$$

在进行机械结构设计时,仅知道柔性铰链的偏转角度范围及材料的允许应力大小,而不知其所需

弯矩的大小,故假设柔性铰链的最大偏转角为 θ , 则对应的弯矩为

$$M_z = K_{\theta_z, M_z} \cdot \theta = \theta / C_{\theta-M_z} \quad (7)$$

将式(6)、(7)代入式(5), 可得铰链工作时最大应力和偏转角的关系为

$$\sigma_{y\max} = \frac{6\theta}{t^2 b C_{\theta-M_z}} \cdot k \quad (8)$$

2 倒圆角三角型两轴柔性支撑与单个柔性铰链刚度的关系

两轴倒圆角三角型柔性支撑由 4 个单自由度倒圆角三角型柔性支撑先并联、后串联而成。

2.1 绕 x 轴的转动刚度

如图 3 所示, 柔性支撑 x 向转动刚度由铰链 1 和 3 大弯曲变形刚度并联, 再与铰链 2 和 4 小弯曲刚度并联的刚度串联形成。

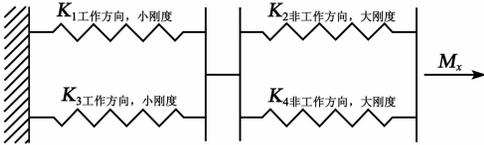


图 3 绕 x 轴的转动刚度图

故绕 x 轴的转动刚度为

$$K_{\theta-x} = \frac{(K_{1-小刚度} + K_{3-小刚度})(K_{2-大刚度} + K_{4-大刚度})}{K_{1-小刚度} + K_{3-小刚度} + K_{2-大刚度} + K_{4-大刚度}} \approx \frac{2K_{1-小刚度}}{2K_{1-小刚度}} \quad (9)$$

其中,

$$K_{2-大刚度} = K_{4-大刚度} \geq K_{1-小刚度} = K_{3-小刚度} \quad (10)$$

2.2 绕 y 轴的转动刚度

与绕 x 轴的转动同理, 绕 y 轴的转动也是由 4 个铰链先并联、后串联而成, 如图 4 所示。

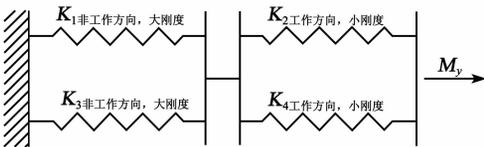


图 4 绕 y 轴的转动刚度图

故绕 y 轴的转动刚度为

$$K_{\theta-y} = \frac{(K_{1-大刚度} + K_{3-大刚度})(K_{2-小刚度} + K_{4-小刚度})}{K_{1-大刚度} + K_{3-大刚度} + K_{2-小刚度} + K_{4-小刚度}} \approx \frac{2K_{2-小刚度}}{2K_{2-小刚度}} \quad (11)$$

其中,

$$K_{1-大刚度} = K_{3-大刚度} \geq K_{2-小刚度} = K_{4-小刚度} \quad (12)$$

明确柔性支撑与单个柔性铰链之间的关系后, 通过系统对柔性支撑的工作带宽、转角范围等目标参量的要求, 可确定单个柔性铰链的 R 、 a 、 t 、 b 等参数。

3 实例计算与有限元分析

3.1 实例计算

某压电陶瓷控制的快速控制反射镜系统需要实现在 2 个正交方向上 ± 5 mrad 的最大转动角度, 工作带宽要求工作方向转动柔度大于 0.025 rad/(N · m)。选用材料 Tc10 的情况下, 其抗拉强度为 1 200 MPa, 许用应力为 160 MPa, 弹性模量为 106 GPa。

之前应用于该系统的是直圆柔性铰链支撑, 其基本参数为 $R=5$ mm, $t=1$ mm, $b=8$ mm。其转动柔度为 0.026 1 rad/(N · m), 回转精度为 0.009 3 mm/(N · m)。为提高回转精度, 决定用倒圆角三角型柔性支撑替代直圆柔性支撑。

考虑到柔性支撑的外形尺寸限制和内、外径差别过大带来的耦合影响, 故取值上参考直圆柔性支撑, 初取 $a=5$ mm, $b=8$ mm, R 、 t 的取值范围为 0~1, 初取 $R=t=0.5$ mm。分别绘制 R 、 t 对转动柔度、回转精度和最大应力的影响曲线图, 如图 5~7 所示。

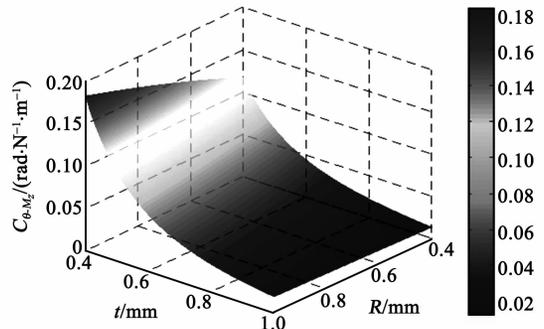


图 5 转动柔度 $C_{\theta-M_z}$ 随参数 R 、 t 的变化关系

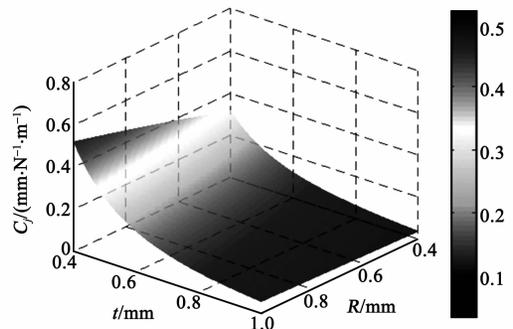


图 6 回转精度随参数 R 、 t 的变化关系

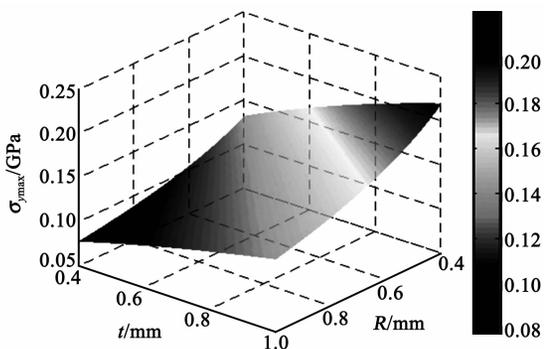


图 7 最大应力随参数 R、t 的变化关系

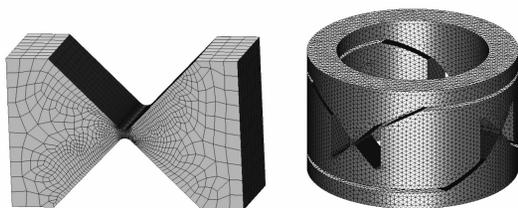
由图 5、6 可见，R、t 对回转精度和转动柔度的影响曲线相似。当 t=0~0.4 mm 时，对回转精度与转动柔度影响都较大，故应尽量避免，否则微小的加工误差可能会引起精度和柔度的巨大变化。

由于倒圆角三角型柔性铰链提高了回转精度，应力必然会相对集中。Tc10 的许用应力为 160 MPa，在 R=t=0.6 mm 时，最大应力为 132.64 MPa。由于是在理想化情况下进行计算，考虑到±10%的误差，最大应力不超过 145 MPa，小于许用应力，符合预期。

最终取 R=t=0.6 mm，单铰链转动柔度的理论计算值为 0.052 rad/(N·m)，回转精度为 0.064 mm/(N·m)，最大应力为 132.64 MPa，在增加柔度的同时提高了回转精度。

3.2 有限元仿真分析

为了验证推导解析式的准确性，分别对倒圆角三角型柔性铰链和柔性支撑建模。利用有限元建模软件 MSC/PATRAN 2010 和有限元分析软件 MD NASTRAN 2010 进行有限元分析。图 8 为有限元仿真模型图。



(a) 柔性铰链仿真模型 (b) 柔性支撑仿真模型

图 8 有限元仿真模型图

铰链在工作方向的柔度为

$$C_{\theta-M_z} = \frac{M_z}{\Delta\theta} = \frac{M_z}{s_{\max}/R_{\max}} = \frac{M_z \cdot R_{\max}}{s_{\max}} \quad (13)$$

式中：R_{max} 为位移最大处与转动中心的距离；s_{max} 为最大位移。

四面体网格的平均边长为 0.3 mm，六面体网

格在细颈处附近划分平均边长约为 0.06 mm。具体仿真数据如表 1 所示。

表 1 不同形状单元下，3 种目标参数仿真值比较

	$\sigma_{y\max}/\text{MPa}$		
	四面体网格	六面体网格	放大系数
柔性铰链	129.32	141.99	1.098
两轴柔性支撑	128.45	141.04	
$C_{\theta-M_z}/(\text{rad} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1})$			
	四面体网格	六面体网格	放大系数
柔性铰链	0.055 8	0.060 4	1.082
两轴柔性支撑	0.027 6	0.029 7	
$C_j/(\text{mm} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1})$			
	四面体网格	六面体网格	放大系数
柔性铰链	0.006 2	0.006 8	1.097
两轴柔性支撑	0.006 0	0.006 6	

由表 1 可看出，在网格精细化后，计算柔度、回转精度和最大应力的仿真结果都有不同程度的放大。由于两轴柔性支撑用 MSC /PATRAN 2010 在划分六面体网格时有一定的困难，所以，先使用四面体网格对柔性支撑进行划分，并仿真分析出计算结果，将得出的结果乘以放大系数，得到的最终结果即为最终的仿真结果。最后得出倒圆角三角型两轴柔性支撑转动柔度的仿真结果为 0.029 7 rad/(N·m)，最大应力的仿真结果为 141.04 MPa，回转精度的仿真结果为 0.006 6 mm/(N·m)。

3.3 结果分析比较

柔性支撑的仿真计算和理论计算结果如表 2 所示。由表可看出，计算结果与仿真结果误差在 8% 内，证实了理论推导的准确性。由表 3 可见，在保证转动柔度基本不变的前提下，相比直圆型柔性支撑，倒圆角三角型柔性支撑的回转精度提高了 40%，具有重要的工程实用价值。

表 2 仿真计算与理论计算结果对比

	理论计算结果	仿真计算结果	相对误差/%
转动柔度/ (rad·N ⁻¹ ·m ⁻¹)	0.027 7	0.029 7	6.73
回转精度/ (mm·N ⁻¹ ·m ⁻¹)	0.006 1	0.006 6	7.58
最大应力/ MPa	132.64	141.04	5.96

表3 倒圆角三角型柔性支撑与直圆柔性支撑各参数对比

	直圆型 柔性支撑	倒圆角三角 型柔性支撑	变化 率/%
转动柔度/ ($\text{rad} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$)	0.026 1	0.029 7	13.8
回转精度/ ($\text{mm} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$)	0.009 3	0.006 6	40.9
最大应力/ MPa	127.29	141.04	10.8

4 结束语

本文首先利用卡氏第二定理推导出倒圆角三角型柔性铰链的转动柔度、回转精度计算公式,并根据所推导的公式,分析了倒角半径和最小厚度对其转动柔度、回转精度和最大应力的影响;然后进行实例计算,并利用有限元建立倒圆角三角型柔性铰链和两轴柔性支撑的模型计算出仿真结果。将仿真结果与理论计算结果进行对比,其结果表明,最大误差在8%以内,验证了所推导公式的准确性;与直圆型柔性支撑对比,在保证转动柔度基本不变的前提下,倒圆角三角型柔性支撑的回转精度提高了40%。本文推导的倒圆角三角型柔性铰链理论计算公式,可满足在柔性支撑优化设计过程中确定几何参数值的要求。本文所设计的倒圆角三角型柔性支撑,具有重要的工程实用价值。

参考文献:

[1] 徐宏,关英俊. 大口径 SiC 轻量化反射镜组件的结构设计[J]. 红外与激光工程,2014,43:83-88.
XU H, GUAN Y J. Structural design of large aperture SiC mirror subassembly[J]. Infrared and Laser Engineering,2014,43:83-88.

[2] WANG Rongqi, ZHOU Xiaoqin, ZHU Zhiwei, et al. Development of a novel type of hybrid non-symmetric flexure hinges [J]. Rev Sci Instrum, 2015, 86 (8):085003.

[3] 刘福贺,程志峰,石磊. 长条形反射镜支撑结构设计与分析[J]. 红外与激光工程,2015,44(5):1512-1517.
LIU F H, CHENG Z F, SHI L, et al. Design and analysis of supporting structure for rectangular mirror [J]. Infrared and Laser Engineering, 2015, 44 (5): 1512-1517.

[4] SHI R C, DONG W, DU Z J. Design methodology and performance analysis of application-oriented flexure hinges[J]. Rev Sci Instrum,2013,84(7):075005.

[5] YONG Yuenkuan, LU Tienfu, HANDLEY D C. Review of circular flexure hinge design equations and derivation of empirical formulation [J]. Precision Engineering,2008,32(2):63-70.

[6] 卢倩,黄卫清,王寅,等. 深切口椭圆柔性铰链优化设计[J]. 光学精密工程,2015,23(1):207-214.
LU Q, HUANG W Q, WANG Y, et al. Optimization design of deep-notch elliptical flexure hinges[J]. Optics and Precision Engineering,2015,23(1):207-214.

[7] LIN R Z, ZHANG X M, LONG X J, et al. Hybrid flexure hinges [J]. Rev Sci Instrum, 2013, 84 (8):085004.

[8] 吴鹰飞,周兆英. 柔性铰链的设计计算[J]. 工程力学, 2002,19(6):136-140.
WU Y F, ZHOU Z Y. Design of flexure hinge[J]. Engineering Mechanics,2002,19(6):136-140.

[9] SMITH S T, BADAMI V G, DALE J S. Elliptical flexure hinges[J]. Rev Sci Instrum,1997,68(3):1474-1482.

[10] 张志杰,袁怡宝. 基于闭环柔度解析式的双曲线形柔性铰链研究 [J]. 仪器仪表学报,2007,28(6):1055-1059.
ZHANG Zhijie, YUAN Yibao. Research on half hyperbolic flexure hinge based on closed-form compliance equations[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2007,28(6):1055-1059.

[11] CHENG G, WANG J, LIU X. Generalized equations for estimating stress concentration factors of various notch flexure hinges [J]. Journal of Mechanical Design, 2014, 136(3):031009.