

基于平滑 l_0 范数的压缩感知近场声全息方法

赵永峰¹, 杨涛²

(1. 西南科技大学 信息工程学院, 四川 绵阳 621010; 2. 西南科技大学 特殊环境机器人技术四川省重点实验室, 四川 绵阳 621010)

摘要:传统平面近场声全息(CPNAH)是一类典型的不适定问题,采用波数域滤波或 Tikhonov 正则化等方法都无法彻底解决,因此,提出一种基于平滑 l_0 范数的压缩感知平面近场声全息法(SL0-CS-PNAH)。根据全息面上测量声压的特点,采用 symlets8 小波函数构建正交小波变换矩阵,将其作为重建面质点法向振速的稀疏基。将 CPNAH 中使用的瑞利(Rayleigh)第一积分公式离散化,确定 SL0-CS-PNAH 中满足约束等距原则的测量矩阵,设置合适的压缩比,利用测量矩阵对稀疏信号进行压缩采样。在由感知矩阵、全息面测量声压和稀疏向量共同构成的约束条件下,建立稀疏向量的最小 l_0 范数优化模型,采用平滑 l_0 范数重建算法求解此模型下的最优化问题,得到质点法向振速的最优稀疏解,再将最优稀疏解和稀疏基相乘恢复重建面质点法向振速。在数值仿真实验中,将测量点由 64×64 减少到 32×64 的情况下将传统 CPNAH、基于正交匹配追踪算法的压缩感知近场声全息(OMP-CS-PNAH)、基于子空间追踪算法的压缩感知近场声全息(SP-CS-PNAH)和 SL0-CS-PNAH 进行比较。实验结果表明,在相同采样率和压缩比条件下,采用 SL0-CS-PNAH 的声场重建质量较好且重建效率较高。

关键词:平面近场声全息;压缩感知;平滑 l_0 范数算法;正交匹配追踪算法;子空间追踪算法

中图分类号: TN911

文献标识码: A

DOI: 10.11977/j.issn.1004-2474.2018.01.017

Near-field Acoustic Holography Based on Compressive Sensing by Using the Smoothed l_0 Norm Method

ZHAO Yongfeng¹, YANG Tao²

(1. School of Information Engineering, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China;

2. Key Laboratory of Robot Technology Used for Special Environment of Sichuan Province,

Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China)

Abstract: As the traditional planar near-field acoustic holography (CPNAH) is an ill-posed problem, which cannot be solved completely with the wave number domain filtering or Tikhonov regularization method. A planar near-field acoustic holography based on compressive sensing by using the smoothed l_0 norm (SL0-CS-PNAH) was proposed in this work. According to the characteristics of the sound measurement on the holography plane, the orthogonal wavelet transform matrix is built by using the symlets8 wavelet function, which is used as a sparse basis for the particle normal velocity of the reconstructed plane. The Rayleigh first integral formula used in CPNAH is discretized for obtaining the measurement matrix conforming to the restricted isometry property (RIP) used in SL0-CS-PNAH, and the measurement matrix is used to sample the data in a proper compression ratio. The sparse vector least l_0 norm optimization model is established in the constraint condition consisting of sensing matrix, measurement sound pressure of holographic plane, and sparse vector, which is solved by SL0-CS-PNAH, then the optimal sparse solutions is obtained, then the particle normal velocity is reconstructed by multiplying the optimal sparse solutions and sparse matrix. In simulation experiments, SL0-CS-PNAH is compared with CPNAH, orthogonal matching pursuit algorithm planar near-field acoustic holography based on Compressive sensing (OMP-CS-PNAH), subspace pursuit algorithm planar near-field acoustic holography based on Compressive sensing (SP-CS-PNAH) with measurement elements reducing from 64×64 to 32×64 . The experimental results indicate that SL0-CS-PNAH has a better reconstruction precision and higher reconstruction efficiency under the condition of the same sampling rate and compression ratio.

Key words: planar near-field acoustic holography; compressive sensing; smoothed l_0 norm algorithm; orthogonal matching pursuit algorithm; subspace pursuit algorithm

收稿日期: 2017-06-23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(F011102);特殊环境机器人技术四川省重点实验室开放基金资助项目(13zxtk06)

作者简介: 赵永峰(1992-),男,河北保定人,硕士生,主要从事声学阵列信号处理的研究。杨涛(1972-),男,四川三台人,教授,博士,主要从事机电系统建模仿真与控制、声学阵列信号处理的研究。

0 引言

近场声全息 (NAH) 由 Maynard 等^[1-2] 首次提出。该方法通过辐射声场中靠近声源的测量数据来恢复振动体表面的法向振速。NAH 是一种有效的声场可视化技术, 现已广泛应用于机械噪声检测和声源定位等领域^[3-5]。尽管其理论较成熟, 但在实际应用中基于空间傅里叶变换的 NAH 还存在以下两个问题需要特别关注, 即

1) 为了得到较好的声源表面法向振速重建效果, 需要得到精确的全息面上声压测量数据, 尤其是高波数区域的声压测量数据。这样就需要大量麦克风组成传声器阵列对声压进行采集, 且需要多路 A/D 转换电路以及大量的存储空间, 处理伴随其产生的大量数据也会花费很长时间。

2) 其逆向重建过程是一个不适定问题, 基于空间傅里叶变换的 NAH 的高波数区噪声将会与实际声源辐射倏逝波一起被逆传递算子以指数倍放大, 导致重建效果出现很大误差^[6]。

采用正则化法可以减少问题 2) 带来的误差, 提高重建质量。因此, 多种正则化法被提出且得到持续关注和研究。2001 年, Williams 将 Tikhonov 正则化法引入基于空间傅里叶变换的 NAH 中, 其优点是可以通过广义交叉验证等方法自动选取正则化参数, 推动了近场声全息的实际应用^[7]。然而, 因为 Tikhonov 等正则化法受到 Nyquist 采样定理的限制会损失原始信号的部分高频信息, 因此该方法提高重建精度的能力有限。

2006 年, 美国科学院院士 Donoho 正式提出了压缩感知 (CS) 理论框架^[8]。Donoho 将 CS 理论进行了扩展, 并用大量实验证明了 CS 在信号处理方面具有广阔的应用前景^[9]。CS 理论针对稀疏信号或可压缩信号, 在获取信号的同时对数据进行适当压缩。因为其采样频率可低于奈奎斯特采样频率, 所以可减少采样数据, 节省存储空间。虽然只采集了少量数据, 但是这些数据包含了足够的信息。根据 CS 理论可知, 用适当的重建算法可以从这些数据中高概率恢复原始信号。Gilles Chardon 首先将 CS 理论应用到平面近场声全息 (CPNAH) 中, 并从实验的角度验证了该方案的可行性。这对基于空间傅里叶变换的平面近场声全息存在的两个问题提供了新的解决思路, 杜宝在此基础上, 对基于 CS 的平

面近场声全息法进行了扩展研究, 在求解过程中未通过减少测量点数, 来提高重建精度^[10-11]。

本文开展了如下工作:

1) 分析基于空间傅里叶变换的平面近场声全息实现过程。

2) 将正交匹配追踪 (OMP)^[12] 和子空间追踪 (SP)^[13] 重建算法应用于 CS 平面近场声全息, 并对这两种方法进行分析。

3) 为了提高重建精度, 首次提出基于平滑 l_0 范数 (SL0)^[14-15] 的 CS 平面近场声全息方法。

4) 通过数值仿真, 将基于平滑 l_0 范数的压缩感知平面近场声全息法 (SL0-CS-PNAH)、基于正交匹配追踪算法的压缩感知平面近场声全息 (OMP-CS-PNAH)、基于子空间追踪算法的压缩感知平面近场声全息 (SP-CS-PNAH) 和 CPNAH 的重建效果进行比较。本文的目的是在大量减少测量数据的情况下, 找到一种能够在效率和重建精度上表现较好的算法, 有助于提高平面近场声全息的实际应用价值。

1 传统平面近场声全息基本原理

平面近场声全息是建立在平面声辐射理论和声波的波动性基础上的一种分析方法。

均匀理想流体介质中的小振幅声波满足以下三维波动方程:

$$\nabla^2 p(r, t) = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p(r, t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

式中 $p(r, t)$ 为声场在空间某点处的复声压; ∇^2 为 Laplace 算子, 它在直角坐标系中的表达式为

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2)$$

对于单频声波, 可对式 (1) 进行傅里叶变换, 得到 $z = z_s$ (其中 z_s 为重建面到声源面的距离) 的不依赖于时间变量的 Helmholtz 方程:

$$\nabla^2 p(r) + k^2 p(r) = 0 \quad (3)$$

式中: $k = \omega / c_0 = 2\pi f / c_0$ 为波数; c_0 为声速; f 为声源振动频率; $\omega = 2\pi f$ 为角频率。对于 $z > z_s$ 的空间为自由声场的情况, 在平面 $z = z_s$ 的 Dirichlet 边界条件和 Neumann 边界条件下式 (3) 的解可分别表示为下式的两种卷积积分形式, 即

$$p(x, y, z_H) = \iint_S p(x', y', z_s) g_D(x - x', y - y', z_H - z_s) dx' dy' \quad (4)$$

$$p(x, y, z_H) = \iint_S i \frac{\partial p(x', y', z_S)}{\partial z} g_N(x - x', y - y', z_H - z_S) dx' dy' \quad (5)$$

式中: \iint_S 为在无穷大平面 S 上的积分; 下标 S 和 H 分别为声源面和全息面; z_H 为全息面到声源面的距离; g_D 和 g_N 分别对应了 Dirichlet 边界条件和 Neumann 边界条件下无穷大平面的 Green 函数:

$$g_D(x - x', y - y', z_H - z_S) = \frac{(z_H - z_S)(1 - ikR) e^{ikR}}{2\pi R^3} \quad (6)$$

$$g_N(x - x', y - y', z_H - z_S) = \frac{ie^{ikR}}{2\pi R} \quad (7)$$

其中

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z_H - z_S)^2} \quad (8)$$

式(4)、(5)的区别是求解过程中使用的边界条件不同,对 Dirichlet 边界条件下的式(4)进行推导得到重建面上质点声压 $p(x, y, z_S)$;对 Neumann 边界条件下的式(5)进行推导得到重建面上质点法向振速 $v_z(x, y, z_S)$ 。

求解式(4)、(5),由于两式均为卷积方程,所以利用傅里叶变换解卷积对其两边做二维傅里叶变换,由卷积定理可得

$$P(k_x, k_y, z_H) = P(k_x, k_y, z_S) \cdot G_D(k_x, k_y, z_H - z_S) \quad (9)$$

$$P(k_x, k_y, z_H) = i \frac{\partial p(k_x, k_y, z_S)}{\partial z} \cdot G_N(k_x, k_y, z_H - z_S) \quad (10)$$

式中: k_x, k_y 分别为 x, y 两个方向的波数分量; $P(k_x, k_y, z_H)$ 为声压的空间傅里叶变换; $G_D(k_x, k_y, z_H - z_S)$ 和 $G_N(k_x, k_y, z_H - z_S)$ 为对应的 Green 函数空间傅里叶变换,其解析表达式为

$$G_D(k_x, k_y, z_H - z_S) = e^{ik_z z} \Big|_{z=z_H - z_S} \quad (11)$$

$$G_N(k_x, k_y, z_H - z_S) = \frac{e^{ik_z z}}{k_z} \Big|_{z=z_H - z_S} \quad (12)$$

由频域 Euler 公式可知:

$$\frac{\partial p(x, y, z)}{\partial z} = i\rho_0 c_0 k v_z(x, y, z) \quad (13)$$

将式(13)代入式(10)中,可得

$$P(k_x, k_y, z_H) = \rho_0 c_0 k V_z(k_x, k_y, z_S) \cdot G_N(k_x, k_y, z_H - z_S) \quad (14)$$

式中 $V_z(k_x, k_y, z_S)$ 是声源面上某点振速的空间傅

里叶变换。将式(9)、(14)两边进行二维空间傅里叶逆变换,得到基于空间傅里叶的平面近场声全息基本重建公式:

$$p(x, y, z_S) = F_x^{-1} F_y^{-1} \{ F_x F_y [p(x, y, z_H)] \cdot G_D^{-1}(k_x, k_y, z_H - z_S) \} \quad (15)$$

$$v_z(x, y, z_S) = F_x^{-1} F_y^{-1} \{ F_x F_y [p(x, y, z_H)] \cdot G_N^{-1}(k_x, k_y, z_H - z_S) \} \frac{1}{\rho_0 c_0 k} \quad (16)$$

通过测量得到全息面上的声压 $p(x, y, z_H)$ 分布。根据式(15)、(16)可分别求出重建面上质点声压 $p(x, y, z_S)$ 和质点法向振速 $v_z(x, y, z_S)$ 分布,实现声源辐射声场的可视化。

2 压缩感知平面近场声全息原理

2.1 重建信号稀疏表示

任意形状平面声源 Helmholtz 方程解的波阵面为平面^[1],即该方程的解表示稳态声场中的平面波。在该理论结果基础上,平面法向振速作为 Kirchhoff-Love 方程的解可由无数个传播波和倏逝波叠加得到,其中倏逝波成分可忽略^[10]。本文稀疏基构造利用平面波振速的这种特性,只将有用的传播波成分稀疏表示。

信号在某种变换下的稀疏表示是 CS 的先验条件。文献[8]中使用冗余字典作为稀疏基,冗余字典的构造相对繁琐,计算量大。用于声场重建的全息面上声压数据有适合用离散小变换基进行稀疏表示的孤立不连续的平滑特性。通过比较分析,本文采用 symlets8 小波函数构建正交小波变换矩阵,其作为重建振速的稀疏基 ψ 对信号进行多层分解可获得好的稀疏表示效果。

基于平滑 l_0 范数的 CS 平面近场声全息,可在适当的离散小波变换基下对重建面质点法向振速进行稀疏表示:

$$v_z(x, y, z_S) \approx \psi \theta \quad (17)$$

式中: $\psi \in R^{N \times N}$ 为正交基矩阵; $\theta \in R^{N \times 1}$ 为稀疏系数向量。对于不同的离散小波变换基, θ 中非零元素的个数也不相同。如果 θ 中非零元素的个数越少,则表示重建面质点的法向振速在此稀疏基下越稀疏,恢复出来的重建信号精度也就越高。

2.2 测量矩阵与信号重构

Rayleigh 积分是平面声辐射理论的基本公式,其通过平面 z' 上声源表面法向振速或表面声压计

算 $z > 0$ 的半空间内任意点处的声压。Rayleigh 第一积分公式如下:

$$p(x, y, z) = \frac{-i\rho_0 c_0 k}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} v_z(x', y', z') \cdot \frac{e^{ikR}}{R} dx' dy' \quad (18)$$

由式(18)表明,半空间中距声源较远的 z 平面上质点声压与距离较近的 z' 平面内质点法向振速之间存在卷积关系。因此,式(18)提供了通过法向振速进行声场辐射计算的方法。将其应用在平面近场声全息中有

$$p(x, y, z_H) = g_v(x, y, z_H) \Theta_{xy} v_z(x, y, z_S) \quad (19)$$

其中

$$g_v(x, y, z_H) = \frac{-i\rho_0 c_0 k \cdot e^{ikR'}}{2\pi R'} \quad (20)$$

式中: Θ_{xy} 为二维卷积; $R' = z_H - z_S$; ρ_0 为空气密度。基于空间傅里叶变换的近场声全息要将式(19)进行空间傅里叶变换,将其转化到波数域进行求解。

结合 CS 理论,平面近场声全息只需在全息面上测量一组很少数量的声压数据 $p(x, y, z_H) \in R^{M \times 1}$, 这 M 个数据包含重建面上质点振速的足够信息。对式(19)离散化,得到观测矩阵 $\mathbf{H} \in R^{M \times N}$ ($M \ll N$) 满足约束等距原则(RIP); 通过计算时域卷积,避免空间傅里叶变换造成截断。因此也避免了基于空间傅里叶变换的平面近场声全息重建过程中伴随的卷绕误差,得到:

$$\mathbf{p}(x, y, z_H) = \mathbf{H} \mathbf{v}_z(x, y, z_S) \quad (21)$$

将式(17)代入式(21)中可得:

$$\mathbf{p}(x, y, z_H) = \mathbf{H} \boldsymbol{\psi} \boldsymbol{\theta} \quad (22)$$

可定义一个优化问题:

$$\arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \|\boldsymbol{\theta}\|_0 \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{p} = \mathbf{A} \boldsymbol{\theta} \quad (23)$$

式中 $\mathbf{A} = \mathbf{H} \boldsymbol{\psi} \in R^{M \times N}$ 为感知矩阵。式(23)所表达的最优化问题,最直接最有效的重构方法是在 l_0 范数下直接求解,得到 $\boldsymbol{\theta}$, 将其代入式(17)中,再经过稀疏反变换求得原始信号。然而,由于式(23)是 l_0 范数下的一个非凸优化问题,为求解 $\boldsymbol{\theta}$, 需要穷举 $\boldsymbol{\theta}$ 中所有可能的非零项组合。因此, l_0 范数最优化问题为 NP-hard 问题^[16], 解决该类问题的一类算法是贪婪追踪算法。该方法通过贪婪迭代的方式来更新支撑集,然后通过最小二乘法得到估计值,主要包括 OMP 算法、分段正交匹配追踪(StOMP)算法和子

空间追踪算法等。此类重建算法理论都较成熟,但本文首先将 OMP 和 SP 算法应用平面近场声全息后,发现重建精度并不理想。针对此问题,提出采用基于平滑 l_0 范数重建算法提高重建精度。

2.3 平滑 l_0 范数重建算法原理

Mohimani 等在 2009 年提出了基于平滑 l_0 范数的重建算法。该方法的主要思想是用光滑函数逼近 l_0 范数,再通过凸优化法进行求解。该方法在迭代过程中采用最速下降法和梯度投影原理,经过多次迭代逐步逼近最优解,属于凸松弛算法。

在原始的 SL0 算法中,取平滑的高斯函数族来拟合 l_0 范数从而将离散函数最优化问题转换成连续函数最优化问题。高斯函数的表达式为

$$f_{\sigma}(\theta_i) = e^{-\frac{\theta_i^2}{2\sigma^2}} \quad (24)$$

由此很容易推出:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} f_{\sigma}(\theta_i) = \begin{cases} 1, & \theta_i = 0 \\ 0, & \theta_i \neq 0 \end{cases} \quad (25)$$

式中 θ_i 为式(23)中 $\boldsymbol{\theta}$ 的分量。现定义如下高斯函数族:

$$F_{\sigma}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^N f_{\sigma}(\theta_i) \quad (26)$$

式中 N 为 $\boldsymbol{\theta}$ 的元素个数。 l_0 范数是指它所作用的向量中不为 0 的元素个数。从式(25)、(26)中不难看出,当 σ 很小时,函数 $F_{\sigma}(\boldsymbol{\theta})$ 的函数值是 $\boldsymbol{\theta}$ 的 0 元素的个数,这与 l_0 范数是互补的,即

$$\|\boldsymbol{\theta}\|_0 \approx N - F_{\sigma}(\boldsymbol{\theta}) \quad (27)$$

当 $\sigma \rightarrow 0$ 时,式(27)左右两边几乎相等,即

$$\|\boldsymbol{\theta}\|_0 = N - \lim_{\sigma \rightarrow 0} F_{\sigma}(\boldsymbol{\theta}) \quad (28)$$

所以, l_0 范数的最小化问题转换成 $\sigma \rightarrow 0$ 时,由 $F_{\sigma}(\boldsymbol{\theta})$ 在 $\mathbf{P} = \mathbf{A} \boldsymbol{\theta}$ 这个约束条件下的最大化问题可得

$$\max F_{\sigma}(\boldsymbol{\theta}) \quad \text{s. t.} \quad \mathbf{p} = \mathbf{A} \boldsymbol{\theta} \quad (29)$$

SL0 算法是通过求 σ 递减序列下 $F_{\sigma}(\boldsymbol{\theta})$ 的最大值,从而逼近最小 l_0 范数解;在每次最大化算法中,初始值是前一个(更大的) σ 值下的 $F_{\sigma}(\boldsymbol{\theta})$ 的最大值;如果逐渐减少 σ 的值,那么每个 σ 下的最大化算法的初始解将逐步接近 $F_{\sigma}(\boldsymbol{\theta})$ 的全局最大解,所以可以避开局部最大值的陷阱从而得到小 σ 值下 $F_{\sigma}(\boldsymbol{\theta})$ 的全局最大值,即得到最小 l_0 范数解^[17]。

对于重构 $\boldsymbol{\theta}$ 的初始值,一般取 l_2 范数下的最小解,即 $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{P}$, 这是因为当 σ 较大且 $\mathbf{P} = \mathbf{A} \boldsymbol{\theta}$ 时, $\min \|\boldsymbol{\theta}\|_2$ 的最优解与 $F_{\sigma}(\boldsymbol{\theta})$ 的最大解相等。

2.3.1 SL0 算法步骤

1) 初始化算法中的各个参数。

$$\textcircled{1} \boldsymbol{\theta} = \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{P};$$

② 选择合适的 σ 递减序列 $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_j\}$,

$$\sigma_j = \beta \sigma_{j-1}.$$

2) 外部循环: $j=1, 2, 3, \dots, J$.

① 令 $\sigma = \sigma_j$;

② 令 $\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{j-1}$;

③ 内部循环: $l=1, 2, \dots, L$;

(a) 令 $\mathbf{d} = \left[\frac{\theta_1}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-\theta_1^2}{2\sigma^2}\right), \dots, \frac{\theta_n}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-\theta_n^2}{2\sigma^2}\right) \right]^T$;

(b) 对重构信号进行更新 $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} - u\sigma^2 \mathbf{d}$;

(c) 根据梯度投影原理, 得到 $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} - \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}$

$(\mathbf{A}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{P})$;

④ $\hat{\boldsymbol{\theta}}_j = \boldsymbol{\theta}$;

3) 得到重构信号 $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_j$.

2.3.2 参数的选取

1) 递减序列的第一个值 σ_1 的选取。 $\sigma_1 = 5 \max|\theta_i|$ 为该递减序列的最大值, 这是因为此时对所有的 θ_i 都有 $\exp(-\theta_i^2/2\sigma_1^2) > 0.96 \approx 1$, 即 θ_i 相对于 σ 来说是无穷大的, 而 $F_\sigma(\boldsymbol{\theta})$ 也会变得非常平滑, 很少有局部最大值, 求得的最优解最可能是实际解。

2) 内部循环中最大迭代次数 L 的选取。 $L = 5$, 根据 $\boldsymbol{\theta}$ 的稀疏度来选取, 稀疏度低时 L 可以增大一些。

3) 最速下降方向 \mathbf{d} 的选取。 \mathbf{d} 是最速下降方向, 即高斯函数族 $F_\sigma(\boldsymbol{\theta})$ 的负梯度方向。 可以通过求 $F_\sigma(\boldsymbol{\theta})$ 对 $\boldsymbol{\theta}$ 的偏导数并乘以 (-1) 得到。

4) 最速上升过程中的步长 $u\sigma^2$ 的选取。 $2.5\sigma^2$ 是最速上升过程中的步长, 当 σ 较小时, $F_\sigma(\boldsymbol{\theta})$ 会出现很多局部最大值, 为了避免对重构信号进行更新时 $(\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} - u\sigma^2 \mathbf{d})$, $\boldsymbol{\theta}$ 取到这些局部最大值, 步长随着 σ 的减小而减小, 另外 u 取一个大于 1 的常数即可, 所以这里取步长为 $2.5\sigma^2$ 。

5) β 的选取。 $\beta = 0.85$, 因为 σ 的衰减因子应满足 $0 < \beta < 1$ 。 当 β 远小于 1 时, σ 变化太大, $F_\sigma(\boldsymbol{\theta})$ 可能取到局部最大值; 当 β 太接近于 1 时, σ 变化不明显, 收敛速度慢, 所以 β 取 0.85 较合适。

3 数值仿真验证

3.1 仿真设置

为了验证 SL0-CS-PNAH 方法的重建效果, 即对重建面上质点法向振速的恢复效果, 将其与 CPNAH、OMP-CS-PNAH 和 SP-CS-PNAH 法进行

比较。

用两个点声源来模拟辐射声场, 两点连线中心为坐标原点, 以声源面表面法向为 z 轴, 建立空间直角坐标系 $Oxyz$ 。 振子半径 $r = 0.001$ m, 振动频率 $f = 200$ Hz, 声源分别位于声源面上的 $x(-0.2, 0)$ 和 $y(0.2, 0)$ 两点。 全息面的长、宽均为 1.92 m, 距声源面 0.1 m, 测量间距为 0.03 m; 重建面大小和全息面相同, 距声源面 0.03 m。 声源面、全息面和重建面在同一坐标系中相互平行。 对全息面的测量数据加上随机高斯白噪声, 假设声场中的信噪比为 25 dB。 运行平台为 Lenovo Ideapad S410P 笔记本 Windows10 系统, 2 G 内存, 仿真软件为 MatlabR2012a。

压缩比设置为 0.5, 压缩比即为实际测量点数和理论测量点数之比。 压缩比为 0.5 表示用 32×64 个测量点代替 64×64 个测量点得到的声场重建效果。 设重建面的理论法向振速幅值 $v_n(x, y, z_s)$, 重建面法向振速幅值定义为 $v_c(x, y, z_s)$, 定义重建误差 e 为

$$e = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N |v_n(x, y, z_s) - v_c(x, y, z_s)|^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n |v_n(x, y, z_s)|^2}} \times 100\% \quad (30)$$

3.2 仿真结果

图 1~5 分别为重建面质点法向振速理论值、CPNAH、SL0-CS-PNAH、OMP-CS-PNAH 和 SP-CS-PNAH 法得到的重建面的质点法向振速。 表 1 为根据式(30)计算得到的各种算法重建误差, 表 1 中显示各种算法的运行时间, 表中 e_1 为利用重建面上全部点计算得到的相对误差, e_2 为利用重建面上中间 20×20 个点计算得到的相对误差。

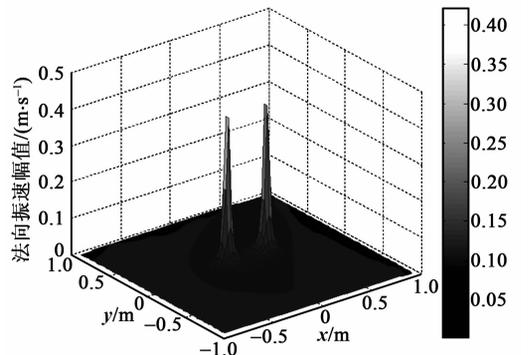


图 1 重建面质点法向振速理论值

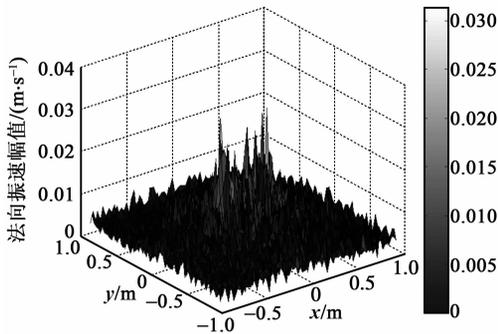


图2 传统近场声全息方法得到的重建面质点法向振速

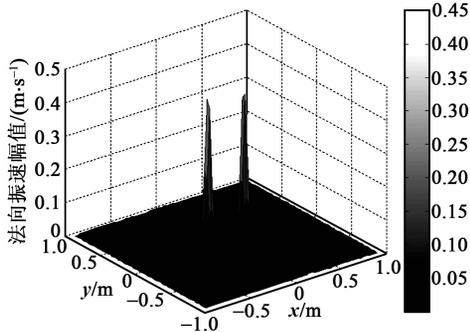


图3 SL0-CS-PNAH得到的重建面质点法向振速

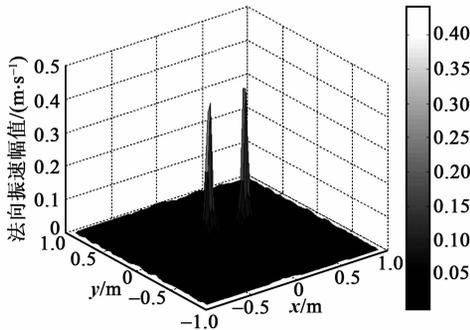


图4 OMP-CS-PNAH得到的重建面质点法向振速

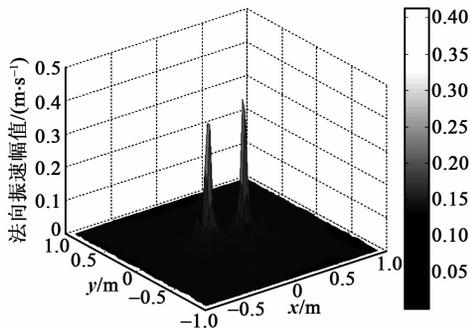


图5 SP-CS-PNAH得到的重建面质点法向振速

表1 各种算法所用时间和重建误差对比

算法	SL0-CS-PNAH	OMP-CS-PNAH	SP-CS-PNAH	CPNAH
用时/s	0.096 2	0.140 3	0.148 7	0.004 4
$e_1/\%$	0.106 0	0.241 1	0.194 1	0.878 4
$e_2/\%$	0.051 5	0.180 7	0.103 9	0.904 8

对比图1、2可知,CPNAH重建声源处质点振速幅值较小。并且边界区域质点振速幅值较大,已不能有效地分辨出两个声源。这是由于逆传递算子以指数倍放大倏逝波中高频成分及高波数区域误差造成的。将图3~5和图1进行比较,可以发现图3~5中,重建面上重建声源处质点法向振速和理论值非常接近,并且在边缘区域的误差很小。其中采用SL0重建算法的基于压缩感知近场声全息相对误差最小,避免了重建过程不适定问题。在大量减少测量点数的同时,提高了重建精度。表1还给出了各种算法运行所花费时间。3种基于CS平面近场声全息运行时间均多于传统近场声全息方法。其中采用SL0-CS-PNAH法的基于压缩感知平面近场声全息用时最少,这是因为其在迭代过程中采用最速下降方向,可以很快收敛到最优解。

另外,从表1中的数据可知,基于CS的平面近场声全息在声源附近的相对误差比整个重建面上的相对误差小,其中应用SL0-CS-PNAH法相对误差最小。然而,基于空间傅里叶的平面近场声全息在声源附近的相对误差大于整个全息面上的相对误差,进一步说明了SL0-CS-PNAH法在重建质量上更有优势

4 结束语

通过数值仿真验证了SL0-CS-PNAH法的有效性。基于压缩感知的平面近场声全息法突破了Nyquist采样定理的限制,在大量减少测量数据的同时,保证了更高的重建精度。本文将CPNAH、OMP-CS-PNAH、SP-CS-PNAH和SL0-CS-PNAH法进行比较。SL0-CS-PNAH法在重建质量上明显优于另外3种方法,此方法缺点是在重建效率上低于传统的平面近场声全息。

实现SL0-CS-PNAH法难点在于构建合适的压缩感知观测矩阵,满足RIP的同时,建立全息面上声压和重建面上法向振速的传递关系。此外需要根据采集的全息面上复声压数据特点设计合适的稀疏基。测量信号在不同的稀疏基下稀疏程度不同,重建质量也会有差异。测量信号在稀疏基上的投影越稀疏,重建质量越高。基于压缩感知平面近场声全息在测量尺寸较大的噪声源时,可以显著减少测量数据,提高重建质量,并且在数据存储和处理阶段大规模降低成本,具有较高的实际应用价值。

(下转第81页)