

# 激光陀螺捷联惯性导航系统零速修正研究

王建中

(重庆青年职业技术学院 信息工程系,重庆 400712)

**摘要:**针对激光陀螺捷联惯性导航系统不依赖外部信息修正,长时间工作累积放大的问题,分析常用的零速修正算法二次曲线拟合法、最小二乘法、卡尔曼滤波法等,结合车载激光陀螺捷联惯性导航系统实际应用,提出一种自适应零速修正方法,利用零速修正技术的约束条件,构建15个基本误差参数,根据系统自身误差特性,设计出系统的状态量测矩阵和量测方程,并采用基于普条件数可观理论对系统各状态进行了可观性分析,确定卡尔曼滤波器参数,从而实现对位置坐标、姿态角、速度误差进行了有效估计,可以有效提高惯性测量单元(IMU)导航精度。实验表明,采用该方法能有效提高了捷联惯性导航系统导航精度,既克服了频繁停车,又增强了载体的机动性能。

**关键词:**激光陀螺;惯性测量单元;零速修正;卡尔曼滤波;误差参数

中图分类号:TN384

文献标识码:A

DOI:10.11977/j.issn.1004-2474.2018.04.033

## Research on Zero Speed Correction of Laser Gyro Strapdown Inertial Navigation System

WANG Jianzhong

(Chongqing Youth Vocational & Technical College Information Engineering Department, Chongqing 400712, China)

**Abstract:** Aiming at the problems that the laser gyro strapdown inertial navigation system is independent on the correction of the external information and the cumulative amplification for long time operation, an adaptive zero velocity correction method is proposed by analyzing the common zero velocity correction algorithms of the twice curve-fitting method, least square method and Kalman filtering method as well as combining the practical applications of vehicle-borne laser gyro strapdown inertial navigation system. Fifteen basic error parameters are constructed by making use of the constraint condition of zero velocity correction technology. According to the error characteristics of the system itself, the state measurement matrix and measurement equations of the system are designed, and observability analysis of the system states is carried out based on the observable theory of the general condition number to determine the parameters of the Kalman filter so as to realize the position coordinates, attitude angle and velocity error are effectively estimated, which can effectively improve the navigation accuracy of IMU. The experimental results show that this method can effectively improve the navigation precision of strapdown inertial navigation system, which not only overcomes the frequent parking, but also enhances the maneuverability of the carrier.

**Key words:** laser gyro; IMU; zero speed correction; Kalman filtering; error parameter

### 0 引言

在捷联惯性导航中,为了克服系统累计误差,一般采用组合导航方式,常采用惯性测量单元(IMU)与GPS/北斗、里程计、高度计组合导航来提高系统精度,但受辅助设备的影响较大,如GPS/北斗在隧道中、崎岖山道、高楼遮挡、卫星信号失锁等外部不

可抗因素<sup>[1]</sup>;组合导航受限于里程计、高度计等外接部件影响,从而引入新的误差。

为了克服环境影响和系统累计误差,国内外常用的有静态初始对准、动态初始对准、停车修正、曲线拟合、组合导航等方案,但零速修正是最经济又有效的优选方案,美国的利顿系统、英国的费伦梯系

收稿日期:2017-10-15

基金项目:重庆市教委科学技术研究项目 MEMS 捷联惯性导航系统研究(No. KJ1603902);重庆市基础科学与前沿技术研究专项北斗组合导航系统的数据融合方法研究(No. cstc2016jcyjA0138);新媒体环境下的教学资源管理云平台建设与教育教学深度融合研究

作者简介:王建中(1979-),男,四川蓬安人,副教授,高级工程师,硕士生,主要从事计算机信息技术、惯性导航方向的研究。E-mail: 570691790@qq.com。

统<sup>[2]</sup>等采用实时卡尔曼滤波、曲线拟合、最大似然估计等。在纯惯性导航中,定位误差随时间增加而逐渐放大,姿态精度也将受到影响,长时间工作精度误差较大,应用领域受到制约。

针对以上问题,本文利用载体停车时速度的理论值为0和捷联惯性导航系统在停车时实际速度为误差观测量,与在载体运动过程中采用卡尔曼滤波算法实时修正,并提出一种能根据车辆静止和运动相接结合的零速修正技术(ZUPT)新方法,自适应车辆运动状态并实现修正,提高了激光陀螺捷联惯性导航系统的精度和环境适应能力<sup>[3]</sup>。

## 1 零速修正基本原理

零速修正技术是根据车载导航系统在停车或静止状态过程中,车辆理论速度为0,即在游动坐标系中,车体行驶方向、横滚方向、垂直方向速度为0,利用这一特点,可以清除速度误差,还可以估计在设定时间内陀螺漂移、系统安装误差等引起的定位误差,进而修正姿态角和位置坐标。

在激光陀螺捷联惯性导航系统中,常用的坐标系有:地理坐标系、导航坐标系、载体坐标系,在东北天导航坐标系中,速度方程为

$$\dot{v}_x = f_x + \frac{v_x}{R} \cdot v_y - (2\omega_{ie} \sin L + \frac{v_z}{R} \tan L) \cdot v_z \quad (1)$$

$$\dot{v}_y = f_y + \frac{v_x^2}{R} + (2\omega_{ie} \cos L + \frac{v_z}{R}) \cdot v_z - g \quad (2)$$

$$\dot{v}_z = f_z + (2\omega_{ie} \sin L + \frac{v_z}{R} \tan L) - (2\omega_{ie} \cos L + \frac{v_z}{R}) \cdot v_y \quad (3)$$

在车辆行驶过程中,速度输出不为0;停车时瞬间速度也不为0,可以通过人工干预,使其速度清零,则车辆速度 $\bar{v}_0^n = 0$ ,速度方程为

$$\dot{v}_{x0} = f_x = 0 \quad (4)$$

$$\dot{v}_{y0} = f_y - g = 0 \quad (5)$$

$$\dot{v}_{z0} = f_z = 0 \quad (6)$$

即停车时,在东北天导航坐标系中,3个方向速度: $v_x = v_y = v_z = 0$ 。

另外,由于激光陀螺捷联惯性导航系统传感器温差、非正交等引起误差,造成姿态角输出不能真实敏感载体实际状态,造成在停车时速度不为0,其误差方程为

$$\delta \dot{v}_x = f_y \varphi_z - f_z \varphi_y - \frac{v_y}{R} \delta v_x - \frac{v_x}{R} \delta v_y -$$

$$2(\omega_{ie} \sin L + \frac{v_z}{R} \tan L) \delta v_z - (2\omega_{ie} \cos L + \frac{v_z}{R} \sec^2 L) \cdot v_z \cdot \delta L + \Delta a_x \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{v}_y = & f_z \varphi_x - f_x \varphi_z + 2 \cdot \frac{v_x}{R} \delta v_x + \\ & 2 \cdot (\omega_{ie} \cos L + \frac{v_z}{R}) \cdot \delta v_z - \\ & 2 \cdot \omega_{ie} v_z \sin L \cdot \delta L + \Delta a_y \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \delta \dot{v}_z = & f_x \varphi_y - f_y \varphi_x + \left( \frac{v_x}{R} \tan L - \frac{v_y}{R} \right) \cdot \delta \dot{v}_z + \\ & \left( 2\omega_{ie} \sin L + \frac{v_z}{R} \tan L \right) \cdot \delta v_z + \left( 2\omega_{ie} \sin L \cdot v_y + 2\omega_{ie} \cos L \cdot v_x + \frac{v_x \cdot v_z}{R} \sec^2 L \right) \cdot \delta L + \\ & \Delta a_z - \left( 2\omega_{ie} \cos L + \frac{v_z}{R} \right) \cdot \delta v_y \end{aligned} \quad (9)$$

由于停车时车辆实际速度为0,即 $\bar{v}_0^n = 0$ ,式(7)~(9)分别得到 $\delta v_x$ 、 $\delta v_y$ 、 $\delta v_z$ 在短时间内变化很小,纬度 $L$ 几乎不变,加速度计误差 $\Delta a_x$ 、 $\Delta a_y$ 、 $\Delta a_z$ 范围在 $10^{-4} \sim 10^{-5} g$ ( $g$ 为当地重力加速度,约为 $9.8 \text{ m/s}^2$ ),可忽略不计,因此,只考虑姿态误差角 $\varphi_x$ 、 $\varphi_y$ 、 $\varphi_z$ 对速度的影响,速度误差方程可简化为

$$\delta \dot{v}_x = f_y \varphi_z - f_z \varphi_y \quad (10)$$

$$\delta \dot{v}_y = f_z \varphi_x - f_x \varphi_z \quad (11)$$

$$\delta \dot{v}_z = f_x \varphi_y - f_y \varphi_x \quad (12)$$

由于停车时间较短,在 $\Delta T$ 内,姿态误差角几乎固定不变,可将 $\varphi_x$ 、 $\varphi_y$ 、 $\varphi_z$ 视为常量,从而得到速度误差方程:

$$\begin{aligned} \delta v_x = & \varphi_z \int f_y dt - \varphi_y \int f_z dt = \\ & \varphi_z f_y \Delta T - \varphi_y f_z \Delta T \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \delta v_y = & \varphi_x \int f_z dt - \varphi_z \int f_x dt = \\ & \varphi_x f_z \Delta T - \varphi_z f_x \Delta T \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \delta v_z = & \varphi_y \int f_x dt - \varphi_x \int f_y dt = \\ & \varphi_y f_x \Delta T - \varphi_x f_y \Delta T \end{aligned} \quad (15)$$

## 2 零速修正常用的方法

在纯惯性导航中,位置坐标是通过安装在载体上的激光捷联惯性导航系统中的加速度实测量,经过积分得到载体的运动速度,再次积分得到位置坐标,安装在东北天即 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴3个方向的激光陀螺和加速度计安装误差、零偏、比例系数等24个参数随温度变化而产生偏差,随时间积累逐步放大,因

此,为了提高惯性导航系统(INS)精度,采用零速修正既廉价,又有效。常用的方法有二次曲线拟合法、最小二乘法、卡尔曼滤波法、平滑估计法等。

### 2.1 二次曲线拟合法

二次曲线拟合法是采用设定的二次多项式样本函数,将运行速度误差拟合成一条平滑的误差曲线,通过设定的时间周期积分得到位置误差值。在激光陀螺捷联惯性导航系统运动过程中,利用停车过程速度观测量与理论值(为0),可以拟合出误差变化曲线。由于激光陀螺漂移、加速度计累计误差等影响,系统速度误差近似舒拉振荡过程<sup>[4]</sup>,速度误差( $\bar{v}$ )与时间( $t$ )的关系如图1所示。

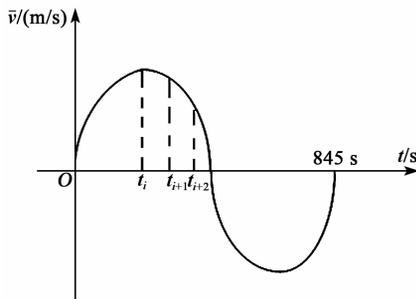


图1 系统速度误差曲线

激光陀螺捷联惯性导航系统零速修正试验停车时间一般选择3~10 min,用二阶多项式拟合3个相邻的停车点相互之间的速度误差曲线较准确,它相当于舒拉振荡采用二阶泰勒级数,在较短的时间间隔零速修正效果非常合适。3个零速修正点时间为 $t_i, t_{i+1}, t_{i+2}$ ,其速度误差可由3个点的速度观测值与对应时间拟合变化过程,进而根据速度积分求出位置误差,二次多项式拟合方程为

$$v = a_1 t^2 + a_2 t + a_3 \tag{16}$$

在系统运动过程中,3个停车点的速度观测量得到方程组为

$$\begin{cases} v_i = a_1 t_i^2 + a_2 t_i + a_3 \\ v_{i+1} = a_1 t_{i+1}^2 + a_2 t_{i+1} + a_3 \\ v_{i+2} = a_1 t_{i+2}^2 + a_2 t_{i+2} + a_3 \end{cases} \tag{17}$$

由于速度、时间已知,通过式(17)可求出参数 $a_1, a_2, a_3$ ,在时间 $t_i, t_{i+1}, t_{i+2}$ 的区间内积分可得位置误差,然后逐次类推,可以求出每个停车点的速度和位置误差,进而修正速度和位置坐标,提高系统定位精度。

### 2.2 二次曲线拟合法

最小二乘法是 Gauss 提出的,使用该方法可以通过短时间停车静态测量值与理论值之间的误差关系,修正激光陀螺捷联导航系统姿态、速度、位置坐

标等参数<sup>[5]</sup>。设 $t_1, t_2, \dots, t_m$ 时刻,每个时刻对应一个数据点坐标 $(x_i, y_i)$ ( $i = 1, 2, \dots, m$ ),变量 $y$ 的观测值 $y(i)$ 和 $x$ 的观测值: $x_1(i), x_2(i), \dots, x_m(i), i = 1, 2, \dots, m$ ,得到下列线性方程组:

$$y(i) = \sum_{n=1}^m \theta_n \cdot x_n(i) \tag{18}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{n+1} & x_{n+1}^2 & \cdots & x_{n+1}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_{n+1} \end{bmatrix} \tag{19}$$

令:

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{n+1} \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{n+1} & x_{n+1}^2 & \cdots & x_{n+1}^n \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$\bar{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_{n+1} \end{bmatrix} \tag{22}$$

则式(19)为

$$\bar{Y} = X \cdot \bar{\theta} \tag{23}$$

根据 $m$ 与 $n$ 的关系可得方程解:

- 1) 如果 $m < n$ ,方程无解。
  - 2) 如果 $m = n$ ,且 $X$ 阵满秩,方程有唯一解,即
- $$\hat{\theta} = X^{-1} \cdot \bar{Y} \tag{24}$$

式中 $\hat{\theta}$ 为作参数 $\bar{\theta}$ 的最小二乘估计。

- 3) 如果 $m > n$ ,不能确定一组方程解满足全部方程,需要考虑噪声和其他因素,令误差:

$$\bar{\epsilon} = \bar{Y} - X \cdot \bar{\theta} \tag{25}$$

选择一组解,满足设定指标范围内最小,即

$$J = \sum_{i=1}^m \epsilon_i^2 = \bar{\epsilon}^T \bar{\epsilon} \tag{26}$$

式中 $\bar{\epsilon}^T$ 为 $\bar{\epsilon}$ 的转置矩阵,将式(25)代入式(26)可得

$$J = (\bar{Y} - X \cdot \bar{\theta})^T (\bar{Y} - X \cdot \bar{\theta}) = \bar{Y}^T \bar{Y} - \bar{\theta}^T X^T \bar{Y} - \bar{Y}^T X \bar{\theta} + \bar{\theta}^T X^T X \bar{\theta} \tag{27}$$

通过 $J$ 对 $\bar{\theta}$ 求微分,令微分方程结果为0,可得

$$\hat{\theta} = (X^T \cdot X)^{-1} X^T Y \tag{28}$$

式(28)结果  $\hat{\theta}$  即为  $\bar{\theta}$  的最小二乘估计,  $\bar{\epsilon}$  为残差。

由零速修正的基本原理可知,对式(13)~(15)中  $\varphi_x$ 、 $\varphi_y$ 、 $\varphi_z$  的系数采用最小二乘法估计,车辆在实际行驶过程中,运行轨迹一般是曲线运动,可以通过  $N$  次测量拟合运动轨迹,由于姿态误差较小,采用最小二乘法估计观测范围内误差系数随时间增长,误差也将增加。因此,将姿态误差分成  $N$  个曲线段,每段采用二次曲线拟合,几乎可以接近姿态真实运行轨迹。

当停车时,激光陀螺捷联惯性导航系统3个方向的加速度计输出理论值为  $f_x = 0, f_y = g, f_z = 0$ 。因此,可以得到速度误差方程:

$$\delta \dot{v}_x = g\varphi_z \quad (29)$$

$$\delta \dot{v}_y = 0 \quad (30)$$

$$\delta \dot{v}_z = -g\varphi_x \quad (31)$$

为了更好地分析姿态误差,采用二次曲线拟合姿态误差角:

$$\varphi_x(t) = a_x + b_x t + c_x t^2 \quad (32)$$

$$\varphi_y(t) = b_y t \quad (33)$$

$$\varphi_z(t) = a_z + b_z + c_z t^2 \quad (34)$$

将速度误差方程式(29)~(31)代入姿态误差方程式(32)~(34)积分得到速度误差:

$$\delta v_x(t) = g \int_0^t \varphi_z(\tau) d\tau = g(a_z t + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{3}c_z t^3) \quad (35)$$

$$\delta v_z(t) = -g \int_0^t \varphi_x(\tau) d\tau = -g(a_x t + \frac{1}{2}b_x t^2 + \frac{1}{3}c_x t^3) \quad (36)$$

假设第  $k$  次停车时,速度误差采样次数为  $3m$ ,从初始对准结束时,即寻北完成,采样时间  $T_k^i$  ( $i = 1, 2, \dots, m, k = 1, 2, \dots, n$ ),可以得到每次停车测量时的系数,第  $i$  次停车测量时系数  $a_x, b_x, c_x$  和  $a_z, b_z, c_z$  及相应的估计值  $a_{xi}, b_{xi}, c_{xi}$  和  $a_{zi}, b_{zi}, c_{zi}$ 。因此,激光陀螺捷联惯导系统产生位置漂移:

$$\delta D_x(t) = \int_0^t \delta v_x(\tau) d\tau + \hat{\varphi}_y \cdot \int_0^t \delta v_z(\tau) d\tau \quad (37)$$

$$\delta D_z(t) = \int_0^t \delta v_z(\tau) d\tau - \hat{\varphi}_y \cdot \int_0^t \delta v_x(\tau) d\tau \quad (38)$$

对  $\varphi_x(t)$  的系数进行二次曲线拟合,可得

$$\delta v_x(T_k^i)(t) = -g[a_x T_k^i + \frac{1}{2}b_x T_k^{i2} + \frac{1}{3}c_x T_k^{i3}] =$$

$$[-gT_k^i - \frac{1}{2}gT_k^{i2} - \frac{1}{3}gT_k^{i3}] \cdot \begin{bmatrix} a_{xi} \\ b_{xi} \\ c_{xi} \end{bmatrix} \quad (39)$$

令

$$Z_{xi}(k) = \delta v_x(T_k^i) \quad (40)$$

$$h_i^T(k) = [-gT_k^i - \frac{1}{2}gT_k^{i2} - \frac{1}{3}gT_k^{i3}] \quad (k = 1, 2, \dots, m; i = 1, 2, \dots, n) \quad (41)$$

$$\theta_{xi} = \begin{bmatrix} a_{xi} \\ b_{xi} \\ c_{xi} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$H_m = \begin{bmatrix} h_i^T(1) \\ h_i^T(2) \\ \vdots \\ h_i^T(L) \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$Z_{xim} = \begin{bmatrix} Z_{xi}(1) \\ Z_{xi}(2) \\ \cdots \\ Z_{xi}(L) \end{bmatrix} \quad (44)$$

因此,第  $i$  次停车的最小二乘估计为

$$\hat{\theta}_{xi} = (H_m^T H_m)^{-1} H_m^T Z_{xim} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (45)$$

同理可得  $\varphi_y(t)$  第  $i$  次停车的最小二乘估计为

$$\hat{\theta}_{yi} = (H_m^T H_m)^{-1} H_m^T Z_{yim} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (46)$$

$$\hat{\theta}_{zi} = (H_m^T H_m)^{-1} H_m^T Z_{zim} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (47)$$

因此,姿态误差角估计拟合为

$$\varphi_x(t) = a_{xi} + b_{xi} t + c_{xi} t^2 \quad (48)$$

$$\varphi_y(t) = b_{yi} t \quad (49)$$

$$\varphi_z(t) = a_{zi} + b_{zi} t + c_{zi} t^2 \quad (50)$$

### 2.3 卡尔曼滤波修正

卡尔曼(Kalman)滤波是一种利用线性系统状态方程,通过系统输入、输出观测数据,对系统状态进行最优估计的算法<sup>[6]</sup>。激光陀螺捷联惯性导航系统在运动过程中,可以使用该方法动态零速修正补偿,实时计算并补偿误差,克服了载体频繁利用静止状态修正参数,增强了载体的机动性能和快速反应能力,提高惯性导航精度。

激光陀螺捷联惯导系统以东北天坐标系为导航坐标系,传感器激光陀螺和加速度计的误差模型为

$$\nabla_i = 0 \quad (51)$$

$$\epsilon_i = W_G \quad (52)$$

式中:  $W_G$  为白噪声;  $i = E, N, U$ , 在地理坐标系中,规定  $E$  为东向、 $N$  为北向、 $U$  为垂直方向。在动态

零速修正时,采用 Kalman 滤波技术<sup>[7]</sup>,其原理如图 2 所示。

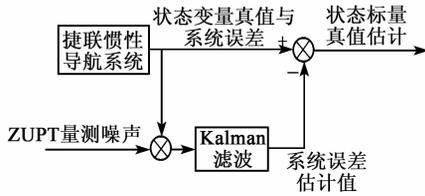


图 2 捷联惯性导航系统修正原理图

在激光陀螺捷联惯性导航系统中,误差模型用如下状态方程描述:

$$X(t) = F(t)X(t) + W(t) \tag{53}$$

$$Z_k = HX_k + V_k \tag{54}$$

状态变量一般分成两部分,即

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0 & F_1(1,2) & F_1(1,3) & 0 & -\frac{1}{R_M+h} & 0 & 0 & 0 & \frac{V_N}{(R_M+h)^2} \\ F_1(2,1) & 0 & -\frac{V_N}{R_M+h} & \frac{1}{R_N+h} & 0 & 0 & 0 & -\omega_{ie} \sin L & 0 & -\frac{V_E}{(R_N+h)^2} \\ F_1(3,1) & \frac{V_N}{R_M+h} & \frac{\tan L}{R_N+h} & 0 & 0 & 0 & F_1(3,7) & 0 & -\frac{V_E \tan L}{(R_N+h)^2} \\ 0 & -g & f_N & F_1(4,4) & F_1(4,5) & F_1(4,6) & F_1(4,7) & 0 & F_1(4,9) \\ g & 0 & -f_E & F_1(5,4) & -\frac{V_U}{R_M+h} & -\frac{V_N}{R_M+h} & F_1(5,7) & 0 & F_1(5,9) \\ -f_N & f_E & 0 & F_1(6,4) & \frac{2V_N}{R_M+h} & 0 & -2V_E \omega_{ie} \sin L & 0 & F_1(6,9) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_M+h} & 0 & 0 & 0 & -\frac{V_N}{(R_M+h)^2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sec L}{R_N+h} & 0 & 0 & \frac{\tan L \sec L}{R_N+h} V_E & 0 & \frac{V_E \sec L}{(R_N+h)^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{58}$$

其中

$$F_1(1,2) = \omega_{ie} \sin L + \frac{\tan L}{R_N+h} V_E \tag{59}$$

$$F_1(1,3) = -\omega_{ie} \cos L - \frac{V_E}{R_N+h} \tag{60}$$

$$F_1(2,1) = -\omega_{ie} \sin L - \frac{\tan L}{R_N+h} V_E \tag{61}$$

$$F_1(3,1) = \omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_N+h} \tag{62}$$

$$F_1(3,7) = \omega_{ie} \cos L + \frac{V_E \sec^2 L}{R_N+h} \tag{63}$$

$$F_1(4,4) = \frac{V_N \tan L - V_U}{R_N+h} V_E \tag{64}$$

$$F_1(4,5) = 2\omega_{ie} \sin L + \frac{\tan L}{R_N+h} V_E \tag{65}$$

$$F_1(4,6) = -2\omega_{ie} \cos L - \frac{V_E}{R_N+h} \tag{66}$$

1) 导航误差变量。位置坐标(经度、纬度、高度)、速度(东向速度、北向速度、垂直速度)、姿态(航向、横滚、俯仰)。

2) 传感器误差变量。激光陀螺和加速度计随机漂移,误差状态模型选取 15 维状态变量:

$$x = [\delta L, \delta \lambda, \delta H, \delta v_E, \delta v_N, \delta v_U, \varphi_E, \varphi_N, \varphi_U, \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \nabla_x, \nabla_y, \nabla_z]^T \tag{55}$$

误差动态矩阵为

$$F = \begin{bmatrix} F_{1_{9 \times 9}} & A_{9 \times 6} \\ O_{6 \times 9} & O_{6 \times 6} \end{bmatrix} \tag{56}$$

$$A_{9 \times 6} = \begin{bmatrix} -I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \end{bmatrix} \tag{57}$$

$$F_1(4,7) = 2\omega_{ie} (V_U \sin L + V_N \cos L) + \frac{V_E V_N \sec^2 L}{R_N+h} \tag{67}$$

$$F_1(4,9) = \frac{V_E V_U - V_E V_N \tan L}{(R_N+h)^2} \tag{68}$$

$$F_1(5,4) = -2(\omega_{ie} \sin L + \frac{\tan L}{R_N+h} V_E) \tag{69}$$

$$F_1(5,7) = -2V_E \omega_{ie} \cos L - \frac{V_E^2 \sec^2 L}{R_N+h} \tag{70}$$

$$F_1(5,9) = \frac{V_N V_U}{(R_M+h)^2} + \frac{V_E^2 \tan L}{(R_N+h)^2} \tag{71}$$

$$F_1(6,4) = 2(\omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_N+h}) \tag{72}$$

$$F_1(6,9) = -\frac{V_N^2}{(R_M+h)^2} - \frac{V_E^2}{(R_N+h)^2} \tag{73}$$

式中:  $f$  为加速度计输出载体运动的加速度;  $\omega_{ie}$  为地球自转角速度,则  $\omega_{ie}^n$  为  $\omega_{ie}$  在导航坐标系中相对

于惯性坐标系的投影;  $\omega_m^n$  为激光陀螺捷联惯性导航系统的角速度在导航坐标系中相对于地球坐标系的投影;  $R_M$  和  $R_N$  为本初子午线的曲率半径和卯酉圈曲率半径。

由式(53)、(54)可得到激光陀螺捷联惯性导航系统的状态方程和测量方程,应用卡尔曼滤波进行估计,状态估计:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + k_k(z_k - \mathbf{H}_k \hat{x}_{k/k-1}) \quad (74)$$

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (75)$$

状态进一步预测:

$$\hat{x}_{k/k-1} = \varphi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} \quad (76)$$

滤波增益:

$$K_k = P_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k P_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + R_k)^{-1} = P_k \mathbf{H}_k^T R_k^{-1} \quad (77)$$

进一步预测均方误差:

$$P_{k/k-1} = \varphi_{k,k-1} P_{k-1} \varphi_{k,k-1}^T + T_{k-1} Q_{k-1} T_{k-1}^T \quad (78)$$

估计均方误差:

$$P_k = (\mathbf{I} - K_k \mathbf{H}_k) P_{k/k-1} (\mathbf{I} - K_k \mathbf{H}_k)^T + K_k P_k K_k^T = (\mathbf{I} - K_k \mathbf{H}_k) P_{k/k-1} \quad (79)$$

采用卡尔曼滤波算法可以对激光陀螺捷联惯性导航系统运动过程中的状态估计,有效估计位置坐标、速度、姿态等误差,进而在运动过程中修正。卡尔曼滤波器的优点可以跟踪设定滤波参数环境内的状态变化过程,对观测过程中载体位置坐标、速度、姿态等误差的阶跃变化滤波作用明显。

### 3 自适应零速修正补偿法及实验

#### 3.1 自适应零速修正补偿法

零速修正一般采用二次曲线拟合法、最小二乘法、卡尔曼滤波法等方法,二次曲线拟合难以克服通道之间误差耦合问题,对系统内部状态无法有效估计,但算法简单<sup>[8]</sup>;最小二乘法需要经常停车,而且停车过程中要保持车辆平稳,对环境要求过高,但精度较高;采用卡尔曼滤波法动态修正,滤波时间较长,统计量和计算量较大,状态估计延后等缺点,但滤波效果较好,动态性能好<sup>[9]</sup>。为了克服以上缺点,评估几种零速修正方法优劣势,提出一种新的零速修正算法——自适应零速修正补偿法,采用卡尔曼滤波算法对激光捷联惯性导航系统运动过程传感器误差变量激光陀螺和加速度计随机漂移,以及坐标、速度、姿态进行误差估计,首先对系统进行可观测性分析,其方法就是利用当前停车点为计算开始时刻,依次计算  $n$  次停车的速度作为观测值构建观测向量,再通过卡尔曼滤波器评估,从而获得状态估计值<sup>[10]</sup>。

设状态转移矩阵为  $\varphi$ ,量测方程  $Z_R = \mathbf{H}X_R + V_R$ ,经过  $n$  次停车后,状态向量构成如下:

$$\begin{bmatrix} Z_0 \\ Z_1 \\ \vdots \\ Z_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ H\varphi_1 \\ \vdots \\ H(\varphi_{n-1}\varphi_{n-2}\cdots\varphi_0) \end{bmatrix} X_0 + \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \vdots \\ v_{n-1} \end{bmatrix} \quad (80)$$

式中  $v$  为车辆速度,记  $Z^* = AX_0 + V^*$ ,令

$$\varphi^n = \varphi_{i+n,i+n-1} + \varphi_{i+n-1,i+n-2} \cdots \varphi_{i+1,i} \quad (81)$$

$$Z_k = AX_0 + v_k \quad (82)$$

$$v_k = \begin{bmatrix} H \\ H\varphi_1 \\ \vdots \\ H\varphi^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} v_k \\ v_{k+1} + HG_k W_k \\ \vdots \\ v_{k+n-1} + H_R W_R \varphi^{n-1} + \cdots + HG_k W_k \end{bmatrix} \quad (83)$$

则系统方程为

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + G_d W_{k-1} \quad (84)$$

卡尔曼滤波状态测量修正方程:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + k_k(z_k - H_k \hat{x}_{k/k-1}) \quad (85)$$

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (\mathbf{H}_k P_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + R_k)^{-1} \quad (86)$$

$$P_k = (\mathbf{I} - K_k \mathbf{H}_k) P_{k/k-1} \quad (87)$$

卡尔曼滤波传播方程:

$$\hat{x}_{k/k-1} = \varphi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} \quad (88)$$

$$P_{k/k-1} = \varphi_{k,k-1} P_{k-1} \varphi_{k,k-1}^T + G_d Q_d G_d^T \quad (89)$$

式中:  $R_k$  是速度  $v_k$  的方差;  $Q_d$  为激光陀螺捷联惯性导航系统噪声误差。

在实际应用中,通过设计的状态量测矩阵和量测方程,以及15个误差参数,设计卡尔曼滤波器,在连续3个停车点,每间隔5~10 min 停车,停车时间为30 s,可以有效估计中间停车点的状态,即坐标、速度、姿态误差估计值代入式(55)状态变量,可采用反馈补偿相应的误差:

#### 3.2 零速修正实验

激光陀螺捷联惯导系统进行零速修正实验前,需要固定在车辆底盘上,系统的中轴线尽量与车辆中轴线保持一致或平行<sup>[11]</sup>。在IMU中,激光陀螺精度为0.005(°)/h,加速度计精度为  $2 \times 10^{-5} g$ ,传感器采样频率为1 000 Hz。系统位置坐标、速度、姿态、角速度更新频率为250 Hz,两路CAN总线输出频率250 Hz,其中一路输出姿态、角速度,另外一路输出速度、位置坐标;串行接口输出为1 s。实验

步骤如下:

1) 车辆静止,初始对准 5 min。

2) 前 3 个停车点每约 5 min 停车 1 次,停车修正时间 30 s,速度如图 3~6 所示。图中,1、2、3、4 为停车点。

3) 初次运行时,系统自动保存前 3 个停车点误差修正的参数,再次跑车和连续运行不需要每次或根据情况选择停车修正,间隔停车时间一般为 30~60 min,也可以一直行车。

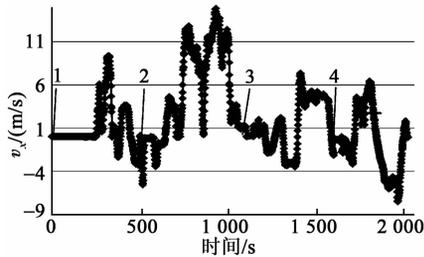


图 3 东向速度  $v_x$

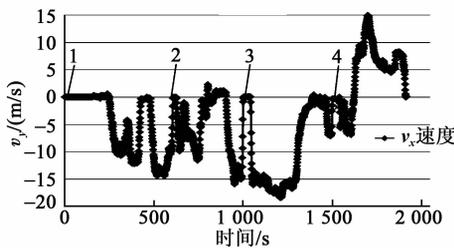


图 4 北向速度  $v_y$

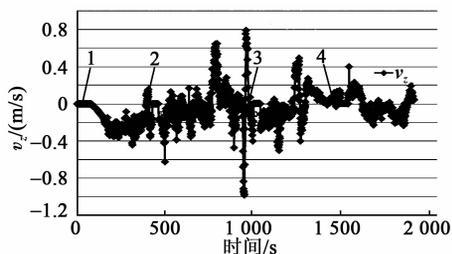


图 5 垂直方向速度  $v_z$

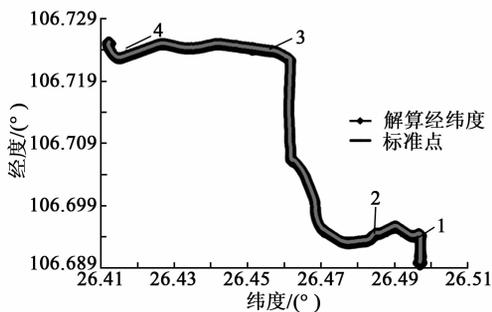


图 6 自适应零速修正跑车实验

由图 3~6 可知,前 3 次停车点时间约 5 min,停车测量 30 s;后面停车时间间隔不等,自动适应车辆运行状态,误差最大不超过行驶里程的 1%,停车时, $v_x$ 、 $v_y$ 、 $v_z$  速度为 0,停车修正结束后,速度修正

为 0,位置坐标、姿态得到误差补偿,这样可以有效的估计运动过程中的状态误差,既具有滤波功能,又能克服通道耦合、转弯等影响,圆概率误差 CEP 小于 10 m。

#### 4 结束语

自适应零速修正补偿法采用卡尔曼滤波算法,针对激光陀螺捷联惯性导航系统传感器随机误差,采用停车时速度输出理论值为 0 和实际输出值作为观测量,估计位置坐标、速度、姿态误差,然后将估计得到的误差反馈补偿到相应的变量中,从而接近于载体运动状态的真值,提高捷联惯性测量单元(IMU)导航精度。通过仿真分析和实际跑车实验,既克服了频繁停车,又增强了载体的机动性能。并验证了自适应零速修正补偿法的有效性及其优越性,能有效应用于车载激光陀螺捷联惯性导航系统中,具有较高的实用价值和市场前景。

#### 参考文献:

- [1] 毛玉良. 激光陀螺捷联惯导系统误差辨识与修正技术研究[D]. 北京:北京理工大学,2014.
- [2] TITERTON D, WESTON J. Strapdown inertial navigation technology[M]. 2-nd edition, Reston USA: The Institution of Electrical Engineers, 2004.
- [3] JO K, CHU K, LEE K, et al. Integration of multiple vehicle models with an IMM filter for vehicle localization[C]//San Diego, CA, USA: 2010 IEEE Intelligent Vehicle Symposium University of California, 2010.
- [4] 常乐,章红平,高周正,等. 零速修正在 GNSS/INS 紧组合导航中的应用研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2016, 36(10): 879-883.
- [5] 冯庆奇. 激光陀螺捷联惯性导航系统组合导航及零速修正技术研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2009.
- [6] 杨裕翠,俞阿龙,祝燕华. 基于卡尔曼滤波器的零速修正技术在导弹发射车中的应用研究[J]. 电气自动化, 2010, 32(1): 1-3.
- [7] 李小芳. 激光陀螺捷联惯性导航系统零速修正技术研究[D]. 北京:北京理工大学, 2015.
- [8] 赵玉,赵忠,范毅. 零速修正技术在车载惯性导航中的应用研究[J]. 压电与声光, 2012, 34(6): 843-852. ZHAO Yu, ZHAO Zhong, FAN Yi. Study on application of zero velocity update technology to inertial navigation system [J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2012, 34(6): 843-852.
- [9] BRISTEAU P J, PETIT N, PRALY L. Design of a navigation filter by analysis of local observability[C]//Atlanta, GA, USA: 49th IEEE Conference on Decision and Control, 2010.
- [10] 王云涛,钱伟行,徐昊,等. 自适应零速修正辅助的微惯性定位系统研究[J]. 南京师范大学学报(工程技术版), 2017, 17(4): 15-19
- [11] 王志伟,狄长春,杨功流,等. 车载惯导高精度准动态零速修正方法[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(12): 2783-2789